

マイノリティ・ゲームにおける効率性の周期の考察

原田拓弥 村田忠彦 (関西大学)

Consideration of Cycle in Efficiency of Minority Game

*T. Harada and T. Murata (Kansai University)

Abstract— In this study, we observe cycle in efficiency of Minority Game. The Minority Game is a game when a group of participants (or agents) wins when it has a smaller number of participants. We realize simulations of the Minority Game with more than 100 million agents. From our simulation results, we observed a cycle that varies according to the size of memory of each agent. We show some simulation results showing those cycles.

Key Words: Agent-based simulation, Large-scale simulation, Minority Game

1 はじめに

本研究ではマイノリティ・ゲーム (Minority Game, 以下, MG) ¹⁾ を用い, エージェント・ベース・シミュレーション (Agent-Based Simulation, 以下, ABS) におけるエージェント数を大規模化した際の影響を調べる. ABS は, 複数のエージェントが相互作用を行うシミュレーションであり, 独立した意思決定を行う人や世帯, 組織を含んだ社会システムをシミュレートする技法として注目されている. 多くの ABS は計算コストを抑えるため, エージェント数を少なくしたシミュレーションを行っている. ただし, エージェント数を縮小した ABS の場合, 生成されるエージェントが複数の異なる属性をもつエージェントを代表することになり, 現実の多様な属性をもつエージェントが表現しきれない, という問題が発生する.

近年, 多数のエージェントを含んだ ABS の実行基盤技術の研究 ^{2, 3)} が進展し, 大規模計算環境が可能になってきているが, エージェント数の大規模化が及ぼす影響について検討したものは少ない. 増田らの研究 ^{4, 5)} では, MG におけるエージェント数の大規模化を行い, エージェント数と履歴の長さという2つのパラメータがゲームの効率性に影響を与えることを報告している. 増田らは, 10,001 や 50,001 エージェントによる実験の報告を行っているが, 本研究では, 1億エージェントの実験 ⁶⁾ を行い, エージェント数の増加が MG の効率性に与える影響を報告する.

2 マイノリティ・ゲーム

MG とは, n (奇数) 人のエージェントが2つのグループ (「0 グループ」と「1 グループ」) のうち, どちらかを一方に所属し, 所属したグループが少数派グループであれば, 利得を得るゲームである. この少数派グループが半数に近ければ近いほど, より多くのエージェントが利得を得ることを意味する. 本研究では, この操作を多数回行った際に, 勝者の割合がどのように変化するかを調べ, 勝者の割合が高いほど効率性が高いとみなす.

エージェントは所属するグループを二者択一する際, 自身が保有する s 個の戦略表と, 全エージェントが共有する過去 m 期の履歴を用いて, 0 グループに所属するか, 1 グループに所属するかの二者択一をする. ここで履歴とは, MG における勝者の選択を m 期分記憶

Table 1: Strategy tables of $m = 3, s = 2$

History	Strategy 1 Point 3	Strategy 2 Point -1
0 0 0	0	1
0 0 1	1	1
0 1 0	0	1
0 1 1	0	0
1 0 0	1	0
1 0 1	0	0
1 1 0	1	1
1 1 1	0	1

したものである.

戦略表には, 過去 m 期の履歴全てに対応した行動決定ルールが記されている. また, 各戦略表には得点があり, 行動決定の際には, 最も得点が高い戦略表が使用する. 同一の得点の戦略表が複数ある場合, その中からランダムに1つ選択し使用する. 使用した戦略表の得点はゲームの勝敗により逐次更新され, ゲームに勝てば1点加点し, 負ければ1点減点する. Table 1 に $m = 3, s = 2$ の戦略表の例を示す. Table 1 の戦略表1及び戦略表2の0は0グループを, 1は1グループを選択するという意味である. 仮に現在の履歴が010の場合, Table 1の戦略表を持つエージェントは, その時点で得点の高い戦略表1を用いて, 二者択一を行い, 0を選択する. すなわち, 0グループに所属する.

本研究のMGでは, 戦略表はゲーム開始時にランダムに生成され, ゲーム中に変更は行わない. 戦略表をランダムに生成するため, 複数のエージェントが同一の戦略表を持つ可能性がある. 本研究では, エージェントが同一の戦略表を複数持つことを許可する. なぜなら, 戦略表のとりうる状態数は $S_k = 2^{2^m}$ となり, エージェント数 n と戦略表の数 s が大きく, 履歴の長さ m が小さい場合, 全エージェントが持つ戦略表の合計数 $S_n = n \times s$ は戦略表のとりうる状態数 S_k より大きくなる. すなわち, 重複を許さない場合, 戦略表の数が足りなくなる. 例えば, $n = 101, m = 2, s = 2$ の場合, $S_k = 2^{2^2} = 16, S_n = 101 \times 2 = 202$ となる. 以上のことから, エージェントが同一の戦略表を複数持つことを許可する.

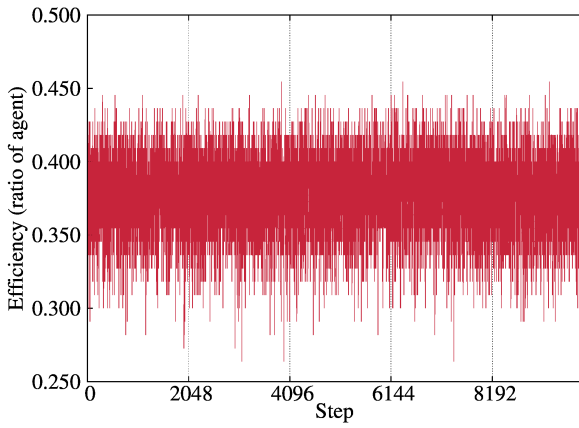


Fig. 1: Transition of Average Efficiency ($n = 11$, $m = 10$, $s = 2$)

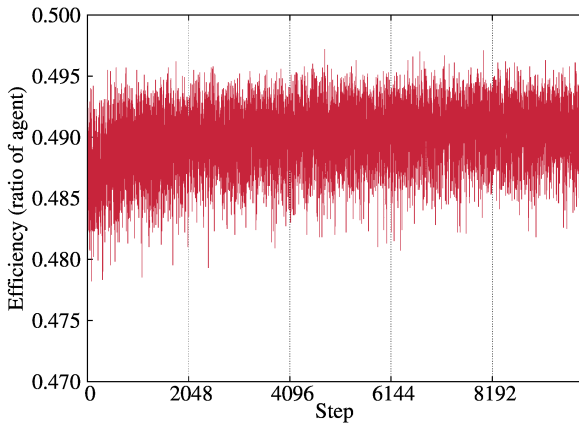


Fig. 2: Transition of Average Efficiency ($n = 1,001$, $m = 10$, $s = 2$)

3 数値実験

3.1 大規模シミュレーション

まず、エージェント数を増加させた時の勝者エージェントの割合を比較する。シミュレーションの設定を、エージェント数 $n = 11, 1,001, 100,001, 100,000,001$ 、履歴の長さ $m = 10$ 、戦略表の数 $s = 2$ とし、10回のシミュレーションを行った。Fig. 1に $n = 11$ を、Fig. 2に $n = 1001$ 、Fig. 3に $n = 100,001$ 、Fig. 4に $n = 100,000,001$ を示す。Fig. 1からFig. 4の縦軸は効率性の平均を、横軸は時間経過を示している。 $n = 11$ の効率性は、時間経過とともに変化せず、横ばいとなっている。 $n = 1,001$ では、ゲームが進むと効率性は少し向上している。注目すべきは、 $n = 100,001$ 及び $n = 100,000,001$ の効率性で、2,048 step にかけて効率性は下がり、2,048 step 以降、急激に効率性が向上している。また、2,048 step 周期で同様の現象が発生している。

3.2 周期の原因

次に、効率性の周期と履歴の長さの関係を調べる。履歴の長さを変化させ、他のパラメータを固定させた時に、効率性の周期が発生するか調べる。シミュレーションの設定は、エージェント数 $n = 100,001$ 、履歴の長さ $m = 8, 9, 11$ 、戦略表の数 $s = 2$ とし、10回のシミュレーション

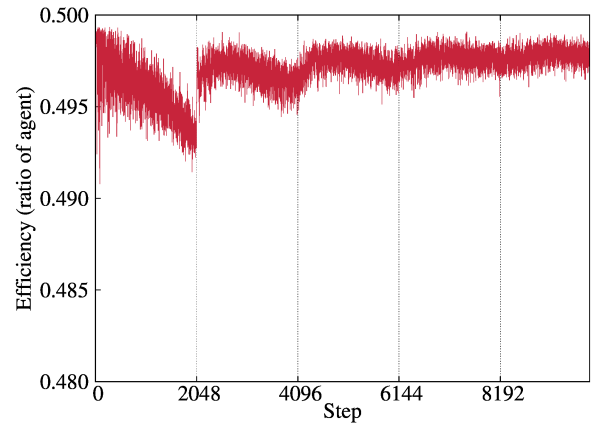


Fig. 3: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 10$, $s = 2$)

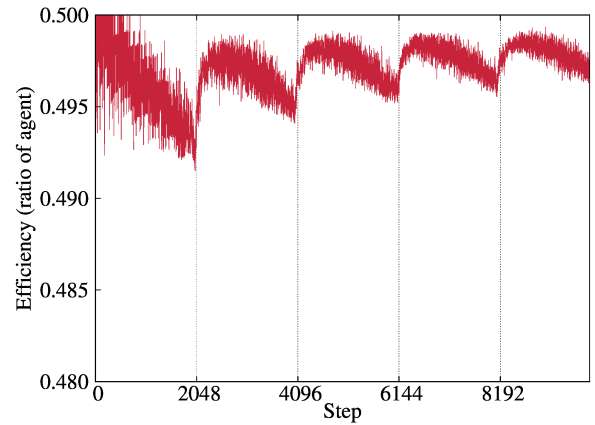


Fig. 4: Transition of Average Efficiency ($n = 100,000,001$, $m = 10$, $s = 2$)

レーションの平均を示す。Fig. 5に $m = 8$ を、Fig. 6に $m = 9$ 、Fig. 7に $m = 11$ を示す。 $m = 10$ では、2,048 step 周期で効率性が回復していたが、 $m = 9$ の場合では、1,024 step 周期、 $m = 8$ では、512 step 周期、 $m = 11$ では、4,096 step 周期で効率性が回復している。履歴の長さは、効率性の周期の発生には関係なく、周期の幅に影響を与えている。 2^{m+1} step 間隔で周期が発生している。

次に、効率性の周期と履歴の長さの関係を調べる。シミュレーションの設定は、エージェント数 $n = 100,001$ 、履歴の長さ $m = 10$ 、戦略表の数 $s = 1, 16, 64$ とし、10回のシミュレーションの平均を示す。Fig. 8に $s = 1$ を、Fig. 9に $s = 16$ 、Fig. 10に $s = 64$ を示す。 $s = 2$ の設定でシミュレーションを行った、Fig. 3では、2,048 step の周期が発生した。しかしながら、Fig. 8より、 $s = 1$ では周期が発生しないことがわかった。戦略表の数を増やした、Fig. 9、Fig. 10では、 $s = 2$ と同様に2,048 step の周期が発生している。 $s = 1$ では、周期が発生せず、 $s > 1$ の時に周期が発生している。よって、エージェントが戦略表を切り替えることにより、効率性の周期が発生していると予想できる。

3.3 戦略表を切り替えたエージェントの割合

効率性の周期が、エージェントが戦略表を切り替えることにより発生するか調べため、シミュレーション

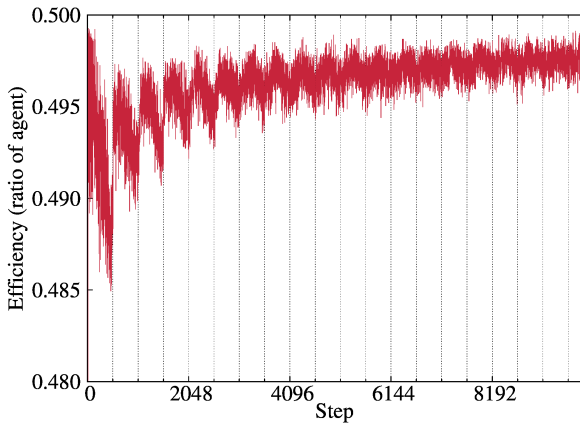


Fig. 5: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 8$, $s = 2$)

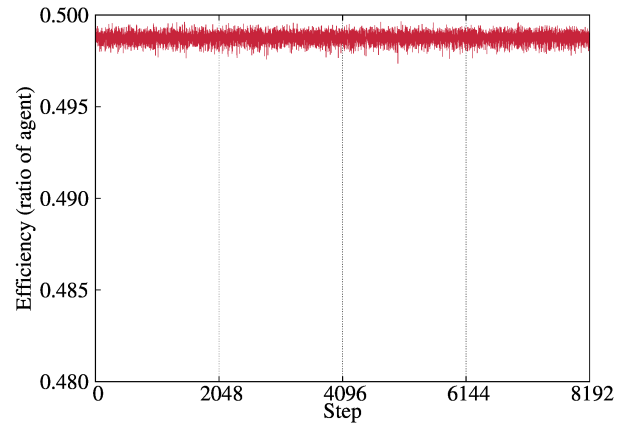


Fig. 8: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 10$, $s = 1$)

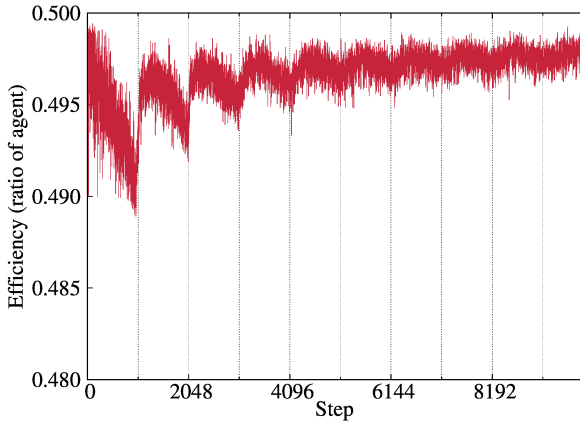


Fig. 6: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 9$, $s = 2$)

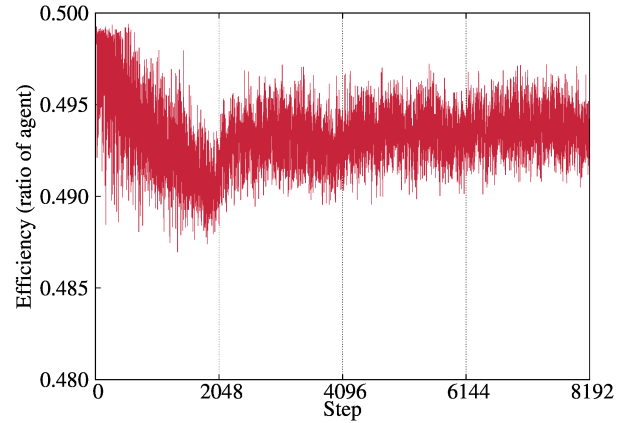


Fig. 9: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 10$, $s = 16$)

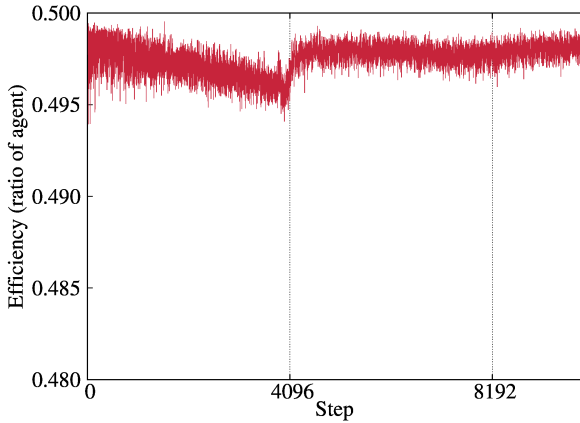


Fig. 7: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 11$, $s = 2$)

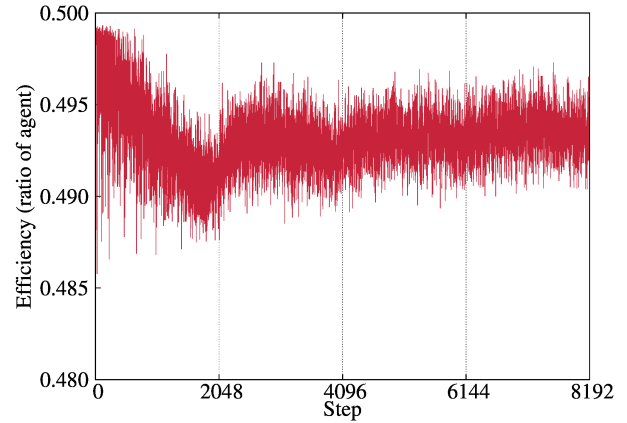


Fig. 10: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 10$, $s = 64$)

を行った。シミュレーションの設定は、エージェント数 $n = 11, 1,001, 100,001, 100,000,001$ 、履歴の長さ $m = 10$ 、戦略表の数 $s = 2$ とし、10回のシミュレーションの平均を Fig. 11 から Fig. 14 に示す。縦軸は戦略表を切り替えたエージェントの割合を、横軸は時間経過を表している。効率性の周期が発生しないシミュレーション設定の、Fig. 11 及び Fig. 12 では、戦略表を切り替えたエージェントの割合も変化はない。効率

性の周期が発生するシミュレーション設定の、Fig. 13 及び Fig. 14 では、2,048 step 毎に戦略表を切り替えたエージェントの割合が急激に増加していることがわかる。2,048 step 付近では、約 0.2% のエージェントが戦略表を切り替えている。

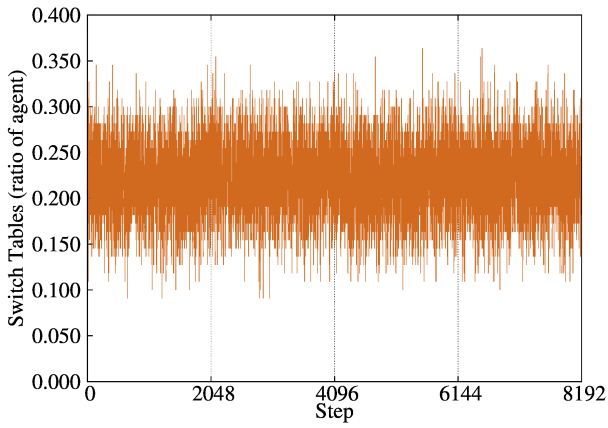


Fig. 11: Transition of Ratio of Agents Who Switch Their Strategy Tables ($n = 11, m = 10, s = 2$)

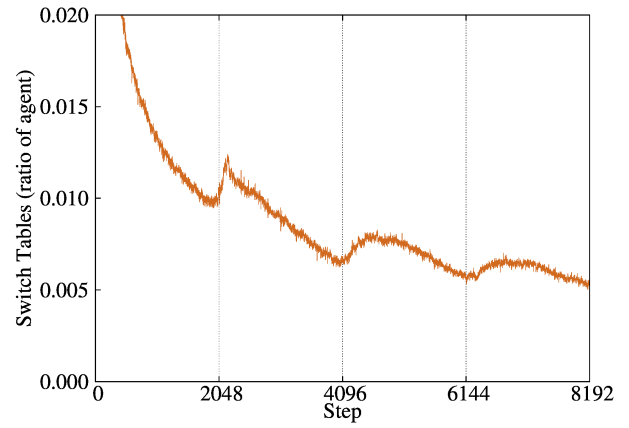


Fig. 13: Transition of Ratio of Agents Who Switch Their Strategy Tables ($n = 100,001, m = 10, s = 2$)

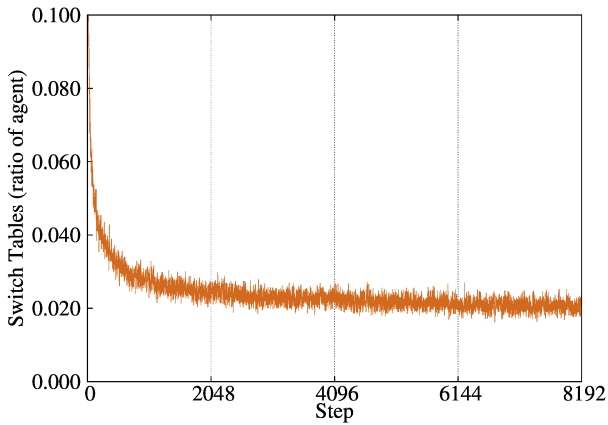


Fig. 12: Transition of Ratio of Agents Who Switch Their Strategy Tables ($n = 1,001, m = 10, s = 2$)

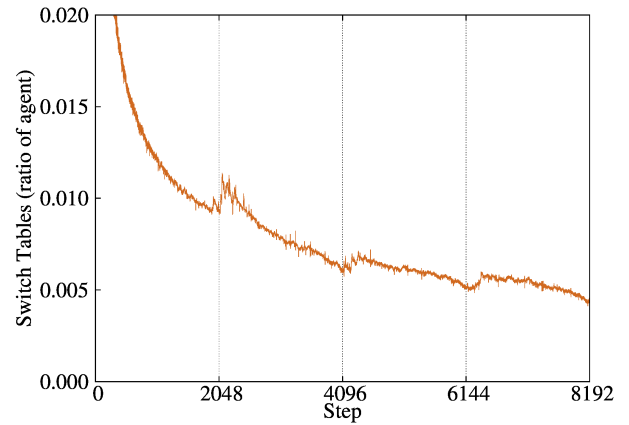


Fig. 14: Transition of Ratio of Agents Who Switch Their Strategy Tables ($n = 100,000,001, m = 10, s = 2$)

4 考察

エージェント数が増加すると、効率性の平均は 0.5 に近づき収束すると予想していたが、エージェント数 $n = 100,001$ から、 2^{m+1} step の周期が観測された。一方、エージェント数が少ない場合にはこのような周期が観測できていない。

Savit ら⁷⁾によると、 $z \equiv 2^m/n$ とし、 $z \approx 0.5$ で効率性の相転移が発生する。 $z \ll 0.5$ の時、効率性の分散は非常に大きい。 $z < 0.5$ の時、効率性の分散は小さくなり、 $z \gg 0.5$ の時、エージェントがランダムに選択をした場合と同様の分散となる。Fig. 15 に効率性の相転移を示す。シミュレーションの設定は、エージェント数 $n = 11, 101, 1,001, 10,001, 100,001, 1,000,001$ 、履歴の長さ $m = 1, 2, \dots, 16$ 、戦略表の数 $s = 2$ とし、10 回のシミュレーションを行った。縦軸はグループ 1 を選択したエージェントの数の分散をエージェント数で正規化した値を、横軸は $z \equiv 2^m/n$ を表す。

Savit ら⁷⁾は、エージェント数 $n = 11, 25, 101, 1,001$ でシミュレーションを行っている。本研究では、Fig. 15 に示すように、エージェント数 $n = 1,000,001$ までシミュレーションを行い、大規模なシミュレーションを行っても、 $z \approx 0.5$ 付近で効率性の相転移が発生することを確認できた。

効率性の周期が発生すると、分散は大きくなる。なぜなら、周期が発生する場合、各回の勝者の割合はシミュレーション全体の平均値から離れるからである。よって、分散が大きい、すなわち、 z が特定の値以下の場合、効率性の周期が発生すると考えられる。

まず、Fig. 16 に、エージェント数 $n = 1,001$ 、戦略表の数 $s = 2$ 、履歴の長さ $m = 2, 3, \dots, 8$ ($z < 0.5$) とし、1,000 回のシミュレーション結果を示す。縦軸は勝者の割合の 1,000 回の平均を、横軸は 4 周期分の step ($4 \times 2^{m+1}$) を表している。Fig. 16 より、 $m < 6$ すなわち、 $z < 0.064$ の時に効率性の周期が発生している。

次に、エージェント数 $n = 1,001$ 、履歴の長さは z が 0.5 付近の $m = 8, 9, 10$ 、戦略表の数 $s = 2$ とし、1,000 回のシミュレーション結果 Fig. 17 を示す。Fig. 17 では、 $m = 8$ の時最も分散が小さく見える。Table 2 にエージェント数 $n = 1,001$ 、履歴の長さ $m = 2, 3, \dots, 16$ 、戦略表の数 $s = 2$ の時の、 z と分散を示す。Table 2 から、 $z = 0.511$ の $m = 9$ ではなく、 $z = 0.256$ の $m = 8$ の時に、最も分散が小さい。Savit⁷⁾らの報告とは少し異なるが、効率性の相転移は Fig. 15 に示すように、発生している。

次に、他のエージェント数であっても、同様の結果が得られるか調べた。Fig. 18 に、エージェント数 $n = 101$

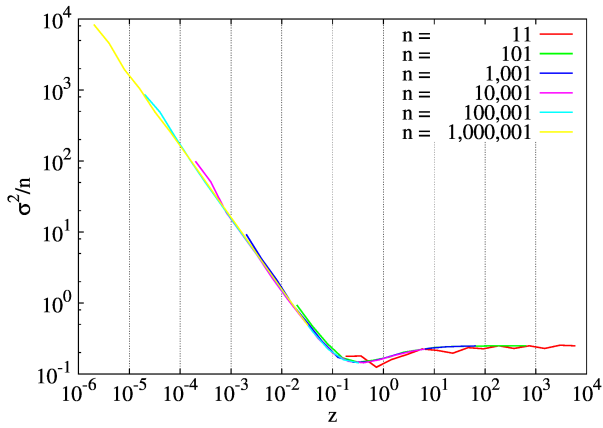


Fig. 15: Phase Transitions of Efficiency ($s = 2$)

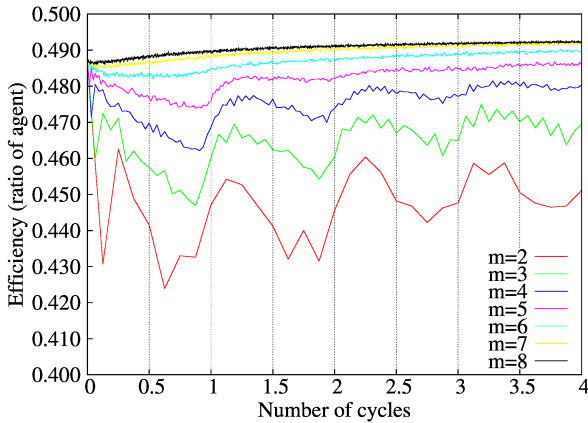


Fig. 16: Transition of Average Efficiency ($n = 1,001$, $m = 2, 3, \dots, 16$, $s = 2$)

を, Fig. 19 及び Fig. 20 にエージェント数 $n = 10,001$ を, Fig. 21 及び Fig. 22 にエージェント数 $n = 100,001$ を示す. エージェント数 $n = 101$ では, 履歴の長さ $m = 2$ で効率性の周期が発生している. エージェント数 $n = 10,001$ では, 履歴の長さ $m < 9$ で, エージェント数 $n = 100,001$ では, 履歴の長さ $m < 12$ で効率性の周期が発生している. それぞれ, $n = 101$, $m = 2$ の時, $z = 0.040$, $n = 10,001$, $m = 8$ の時, $z = 0.026$, $n = 100,001$, $m = 11$ の時, $z = 0.024$ となる. $n = 10,001$, $m = 9$ の時, $z = 0.051$, $n = 100,001$, $m = 12$ の時, $z = 0.041$, であるが, 効率性の周期が発生していない. そのため, $z < 0.041$ の時, 効率性の周期が発生するといえる.

しかし, 増田ら^{4, 5)}によると, 戦略表の数を増加させた場合に, 戦略表の数 $s = 2$ の時とは異なる相転移が見られた. そのため, 効率性の周期が発生する原因に, 戦略表の数も関係があるといえる. これは, Fig. 9 及び Fig. 10 から, 戦略表が増加した時, 効率性の周期の振幅の幅が狭くなっていることからいえる.

5 おわりに

MG を大規模化することにより, 2^{m+1} step の周期で効率性が変化することがわかった. 効率性の周期が発生する原因は, 戦略表に得点をつけ, 得点に基づき使用する戦略表を選択する場合である. しかしながら, 効率性の周期が発生する原因は明らかになっていない.

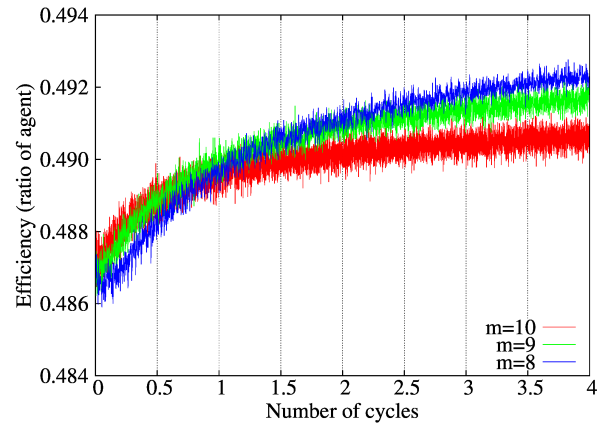


Fig. 17: Transition of Average Efficiency ($n = 1,001$, $m = 7, 8, 9$, $s = 2$)

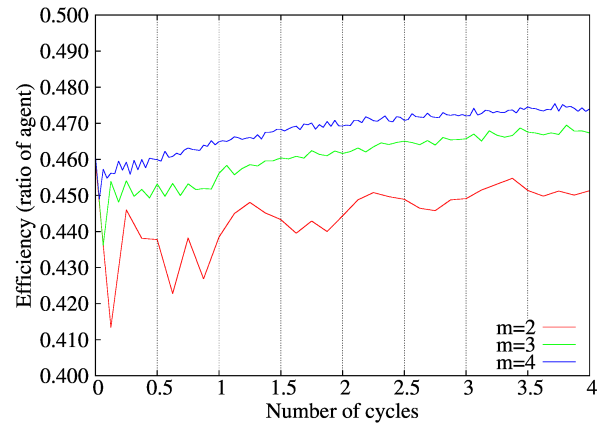


Fig. 18: Transition of Average Efficiency ($n = 101$, $m = 2, 3, 4$, $s = 2$)

効率性の周期が発生する設定は, 戦略表の数 $s > 1$ かつ, $z < 0.041$ である. しかし, 増田ら^{4, 5)}によると, 戦略表の数を $s > 2$ の時, $s = 2$ とは異なる相転移が見られることから, これら以外にも効率性の周期が発生する原因があると考えられる.

今後, 周期の原因を解明するため, 2^{m+1} step の周期で効率性が右下がりになる理由, 2^{m+1} step の周期で効率性が急激に向上する理由, 周期が発生するより詳細なシミュレーションの設定を調べる. また, 効率性の周期について, 定量的に示せていない. 今後, 効率性の周期について, 定量的に示す.

参考文献

- 1) Damien Challet, Yi-Cheng Zhang: Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game, *Physica A*, Vol.246, 407/418 (1997).
- 2) 山本学, 田井秀樹, 水田秀行: 1億エージェントを用いたエージェントベースシミュレーションの実現への考察, *電子情報通信学会論文誌 D* Vol. J90-D, 2423/2431 (2007).
- 3) Dan Chen, Georgios K. Theodoropoulos, Stephen J. Turner, Wentong Cai, Robert Minson, Yi Zhang: Future Generation Computer Systems, Vol. 24, 658/671 (2008).

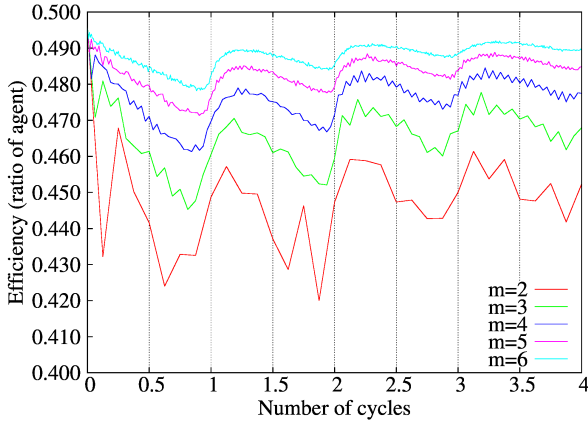


Fig. 19: Transition of Average Efficiency ($n = 10,001$, $m = 2, 3, \dots, 6, s = 2$)

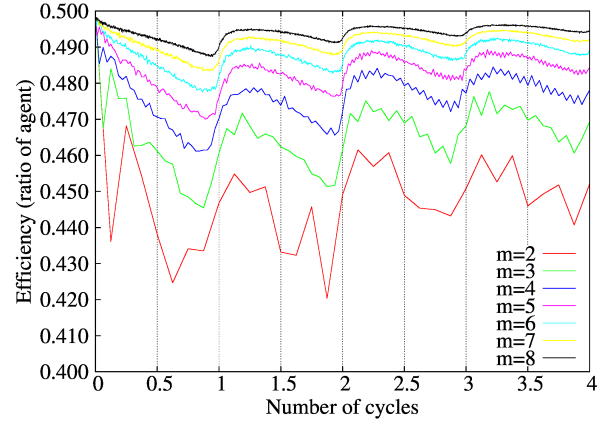


Fig. 21: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 2, 3, \dots, 8, s = 2$)

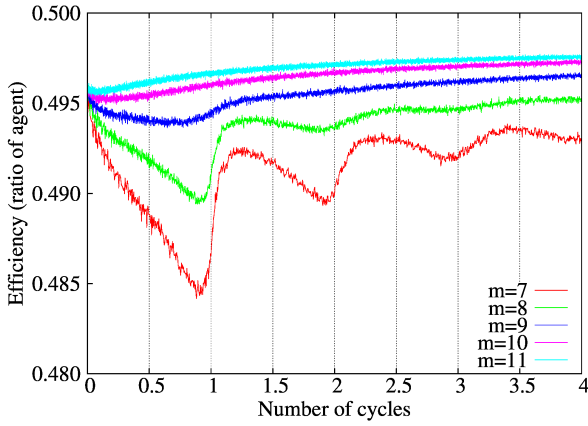


Fig. 20: Transition of Average Efficiency ($n = 10,001$, $m = 7, 8, \dots, 11, s = 2$)

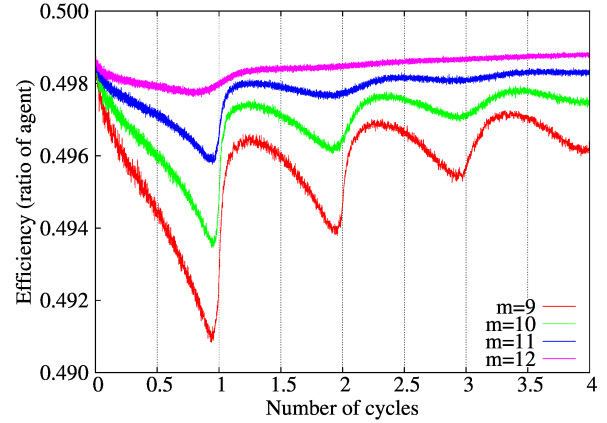


Fig. 22: Transition of Average Efficiency ($n = 100,001$, $m = 9, 10, \dots, 12, s = 2$)

- 4) 増田知昭, 山田隆志, 山本学, 吉本厚, 寺野隆雄: マイノリティゲームを用いた大規模シミュレーションにおけるエージェントの挙動の解析, 第27回人工知能学会全国大会論文集, 1/4 (2013).
- 5) 増田知昭, 山田隆志, 山本学, 吉川厚, 寺野隆雄: マイノリティ・ゲームにおける大規模エージェントシミュレーションの解析, 第4回社会システム部会研究会, 41/46 (2013).
- 6) 原田拓弥, 村田忠彦: マイノリティゲームの大規模化による効率性への影響, 第29回ファジィシステムシンポジウム, 441/446 (2013).
- 7) Robert Savit, Radu Manuca, and Rick Riolo: Adaptive competition, market efficiency, and phase transitions, Physical Review Letters, Vol.82, No. 10, 2203/2206 (1999).

Table 2: z and σ^2/n ($n = 1,001$, $m = 2, 3, \dots, 16$, $s = 2$)

m	z	σ^2/n
2	0.004	4.183
3	0.008	2.109
4	0.016	0.963
5	0.032	0.525
6	0.064	0.281
7	0.128	0.172
8	0.256	0.147
9	0.511	0.148
10	1.023	0.167
11	2.046	0.193
12	4.092	0.213
13	8.184	0.231
14	16.368	0.241
15	32.735	0.245
16	65.471	0.248