# マイノリティ・ゲームにおける効率性の周期の分析

○原田拓弥 村田忠彦 （関西大学）

## Analysis of Cycles in Efficiency of Minority Game

∗T. Harada and T. Murata (Kansai University)

**Abstract**– In this study, we analyze a mechanism of cycles of the efficiency in Minority game. The Minority Game is a game when a group of participants (or agents) wins when it has a smaller number of participants. Efficiency of the Minority Game is the ratio of winner participants. We realized simulations of the Minority Game with more than 100 million agents. From our simulation results, we observed a cycle of the efficiency that varies according to the size of memory of each agent. We show some simulation results showing those cycles. We examine the usage of history in strategy tables to see the mechanism of the cycles of the efficiency.

**Key Words:** Agent-based simulation, Large-scale simulation, Minority Game

## 1 はじめに

本研究ではマイノリティ・ゲーム（Minority Game, 以下，MG）[1] を用い，エージェント・ベース・シミュレーション (Agent-Based Simulation，以下，ABS) におけるエージェント数を大規模化した際の影響を調べる．ABS は，複数のエージェントが相互作用を行うシミュレーションであり，独立した意思決定を行う人や世帯，組織を含んだ社会システムをシミュレートする技法として注目されている．多くの ABS は計算コストを抑えるため，エージェント数を少なくしたシミュレーションを行っている． ただし，エージェント数を縮小した ABS の場合，生成されるエージェントが複数の異なる属性をもつエージェントを代表することになり，現実の多様な属性をもつエージェントが表現しきれない，という問題が発生する．

近年，多数のエージェントを含んだ ABS の実行基盤技術の研究 [2, 3] が進展し，大規模計算環境が可能になってきているが，エージェント数の大規模化が及ぼす影響について検討したものは少ない．増田らの研究 [4, 5] では，MG におけるエージェント数の大規模化を行い，エージェント数と履歴の長さという 2 つのパラメータがゲームの効率性に影響を与えることを報告している．増田らは，10,001 や 50,001 エージェントによる実験の報告を行っている．また先行研究で著者らは，1 億エージェントの実験 [6, 7] を行い，エージェント数が多く，履歴の長さが短いときに効率性が周期的に変化すると報告した．本研究では，効率性の周期が発生する原因を分析する．

## 2 マイノリティ・ゲーム

MG とは，$n$（奇数）人のエージェントが 2 つのグループ（「0 グループ」と「1 グループ」）のうち，どちらか一方に所属し，所属したグループが少数派グループであれば，利得を得るゲームである．この少数派グループが半数に近ければ近いほど，より多くのエージェントが利得を得ることを意味する．本研究では，この操作を多数回行った際に，勝者の割合がどのように変化するかを調べ，勝者の割合が高いほど効率性が高いとみなす．

エージェントは所属するグループを二者択一する際，自身が保有する $s$ 個の戦略表と，全エージェントが共有する過去 $m$ 期の履歴を用いて，0 グループに所属するか，1 グループに所属するかの二者択一をする．ここで履歴とは，MG における勝者の選択を過去 $m$ 期分記憶したものである．

Table 1: Strategy tables of $m = 3$, $s = 2$

| History | | | Strategy 1<br>Point 3 | Strategy 2<br>Point -1 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

戦略表には，過去 $m$ 期の履歴全てに対応した行動決定ルールが記されている．また，各戦略表には得点があり，行動決定の際には，最も得点が高い戦略表を使用する．同一得点の戦略表が複数ある場合，その中からランダムに 1 つ選択し使用する．使用した戦略表の得点はゲームの勝敗により逐次更新される．ゲームに勝てば 1 点加点し，負ければ 1 点減点する．Table 1 に $m = 3$，$s = 2$ の戦略表の例を示す．Table 1 の戦略表 1 及び戦略表 2 の 0 は 0 グループを，1 は 1 グループを選択するという意味である．仮に現在の履歴が 010 の場合，Table 1 の戦略表を持つエージェントは，その時点で得点の高い戦略表 1 を用いて，二者択一を行い，0 を選択する．すなわち，0 グループに所属する．

本研究の MG では，戦略表はゲーム開始時にランダムに生成され，ゲーム中に変更は行わない．戦略表をランダムに生成するため，複数のエージェントが同一の戦略表を持つ可能性がある．本研究では，エージェントが同一の戦略表を複数持つことを許可する．なぜなら，戦略表のとりうる状態数は $K = 2^{2^m}$ となり，履歴の長さ $m$ が小さく，エージェント数 $n$ と戦略表の数 $s$ が大きい場合，全エージェントが持つ戦略表の合計数 $L = n \times s$ は戦略表のとりうる状態数 $K$ より大きくなる．すなわち，重複を許さない場合，戦略表の数が足りなくなる．例えば，$n = 101$，$m = 2$，$s = 2$ の場合，

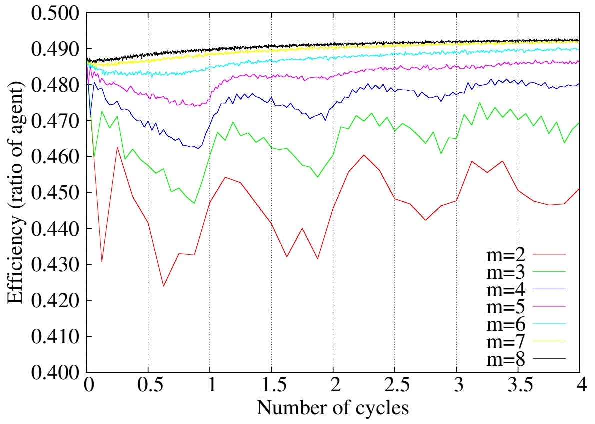


Fig. 9: Transition of Average Efficiency ($n = 1,001$, $m = 2, 3, ..., 8$, $s = 2$)

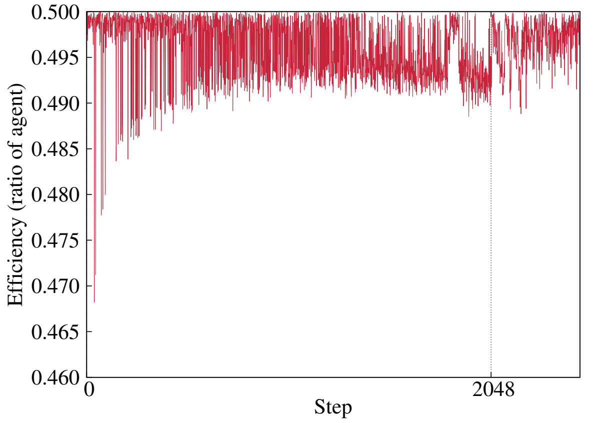


Fig. 10: Transition Efficiency ($n = 100,001$, $m = 10$, $s = 2$)

ミュレーションの設定は Fig. 2 と同様に，エージェント数 $n = 100,001$，履歴の長さ $m = 10$，戦略表の数 $s = 2$ とした．Fig. 10 では，Fig. 2 では見ることがなかったいくつかの特徴を観察できる．まず，シミュレーション初期の大半は，約半数のエージェントが勝っているが，時々効率性が 50%から大きく落ち込んでいる．次に，2,048 Step 付近ではシミュレーション初期とは反対に，効率性の大半は約 49%となり，時々50%近くに増加している．

効率性の周期の増減が発生しない戦略表の数が $s = 1$ の場合（Fig. 5），シミュレーション開始時に全ての履歴に対して勝者の数が決定する．なぜなら，行動決定ルールが記された戦略表はシミュレーション開始時に生成され，その後変更はされないからである．戦略表の数が $s = 1$ の場合，切り替わる戦略表が存在しないため，全てのエージェントは 1 つの戦略表を使用し行動を決定する．すなわち，全てのエージェントはシミュレーション開始時に全ての履歴に対する行動が決定する．戦略表は乱数によって生成されるため，全ての履歴に対する勝者の割合は約 50%となる．

戦略表の数が $s > 1$ の場合，戦略表の数が $s = 1$ の時と状況は大きく異なる．戦略表が複数ある場合，エージェントはシミュレーション中に使用する戦略表を切り替える．エージェントが戦略表を切り替えると，全ての履歴に対して 0 を選択するエージェントの数と，1 を選択するエージェントの数が変動する．戦略表は乱数によって生成されているため，戦略表の切り替えが起こっても，0 を選択するエージェントの数と，1 を選択するエージェントの数が大きく変動しないと考えられる．しかしながら実際はそうではない．

なぜなら，戦略表の切り替えはエージェントが保持している複数の戦略表の得点が同点もしくは，使用した戦略表の得点が他の戦略表の得点より低い場合に起こる．よって，戦略表の得点が減点されるとき，すなわち，エージェントがゲームに負けた時に戦略表が切り替わる．ゲームに負けるエージェントは Fig. 10 に示すように，約半数である．その中で戦略表を切り替えるエージェントの割合は Fig. 7 に示すように，2%から 0.5%である．

全体のエージェントの 2%が戦略表を切り替えると，2%のうち半分の 1%のエージェントが行動を切り替え，他の 1%エージェントが行動を切り替えない．仮に 0 を選択するエージェントが 49.9%いた場合，この回の勝者の選択は 0 となる．戦略表を切り替えるエージェントが 2%いた場合，今回使用した履歴に対して，0 を選択するエージェントの割合は $49.9 + 1.0 = 50.9\%$，1 を選択するエージェントの割合は $50.1 - 1.0 = 49.1\%$ となる．この現象が繰り返されることにより，効率性が $2^{m+1}$ Step にかけて減少すると考えることができる．

Table 2: Efficiency ($n = 1,001$, $m = 3$, $s = 2$)

| Step | History | | | Current | Next | Switch |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 500 | 748 | 501 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 748 | 516 | 352 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 511 | 313 | 374 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 488 | 609 | 235 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 507 | 392 | 236 |
| 6 | 0 | 1 | 0 | 484 | 565 | 175 |
| 7 | 1 | 0 | 1 | 500 | 584 | 174 |
| 8 | 0 | 1 | 1 | 514 | 427 | 159 |
| 9 | 1 | 1 | 0 | 423 | 495 | 149 |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 572 | 482 | 136 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 542 | 490 | 85 |
| 12 | 1 | 0 | 0 | 570 | 485 | 142 |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 514 | 452 | 136 |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 452 | 517 | 99 |
| 15 | 0 | 0 | 1 | 421 | 473 | 94 |
| 16 | 0 | 1 | 1 | 403 | 466 | 121 |

上記の現象を確認するため，Table 2 に使用した履歴とグループ 1 を選択したエージェントの数を示す．シミュレーションの設定は，エージェント数 $n = 1,001$，履歴の長さ $m = 3$，戦略表の数 $s = 2$，試行回数は 1 回とした．Table 2 の Step は時間経過を，History は使用された履歴を，Current は現在の履歴を使用した場合にグループ 0 を選択するエージェントの数を，Next はエージェントが戦略表に加点もしくは減点した後，次に現在の履歴を使用した場合にグループ 1 を選択するエージェントの割合を，Switch は戦略表を切り替えたエージェントの数を示す．

1 Step 目に履歴 111 が使用され，1 を選択したエー

ジェント数は 500 である．1 Step 目では 1 を選択したエージェントが勝者となる．0 を選択し負けた全てのエージェントが戦略表を切り替える．1 Step 目に 0 を選択するエージェントの数が 501，1 を選択するエージェントの数が 500 であったが，負けた全てのエージェントが戦略表を切り替えることにより，0 を選択するエージェントの数が 253 に，1 を選択するエージェントの数が 748 となり，次回履歴 111 が使用されるときに効率性は大きく減少する．

1 Step 目の勝者の選択は 1 であるため，履歴は 111 から同じ 111 に推移する．1 Step 目と 2 Step 目は同じ履歴が使われる．2 Step 目で 0 を選択するエージェントの数は 253 となり，0 を選択したエージェントが勝者となる．負けた 748 体のエージェントのうち約半分が戦略表を切り替える．1 Step 目は複数の戦略表の得点は同じである．そのため，ゲームに負けた場合は使用した戦略表の得点が他の戦略表の得点より低くなるため，負けた全てのエージェントが戦略表を切り替える．一方，2 Step 目で戦略表を切り替える可能性のあるエージェントは，1 Step 目で勝ち，2 Step 目で負けたエージェントと，1 Step 目で負け，戦略表を切り替え，2 Step 目も負けたエージェントである．前者の戦略表の得点は 0 で同点となり，後者の戦略表の得点は-1 で同点となる．MG では複数の戦略表が同点の場合は，ランダムに使用する戦略表を選択する．そのため，2 Step 目では負けたエージェントのうち，約半分のエージェントが戦略表を切り替える．以降，戦略表の数 $s = 2$ の場合，奇数 Step では使用した戦略表の得点が最も低くなるため，戦略表を切り替える可能性のあるエージェントは全て戦略表の切り替えを行う．偶数 Step では複数の戦略表の得点が同点となるため，戦略表を切り替える可能性のあるエージェントの約半分が戦略表の切り替えを行う．

戦略表が切り替わり，戦略表を切り替えたエージェントの半分が，現在の履歴に対して勝者の選択を取るようになる．この時，現在の少数派の選択は次回同じ履歴を使用する場合多数派となり，少数派の行動が変化する．ある履歴に対する勝者の行動が毎回変化するということは，全ての履歴を使用するということである．すなわち，おおよそ $2^m$ Step にかけ全ての履歴が使用される．この間効率性は約 50%となる．$2^m$ Step 以降 $2^{m+1}$ Step にかけ再度全ての履歴が使用される．ある履歴を 2 回目に使用する場合，前回の多数派の一部のエージェントが少数派に属するため，効率性は 50%から大きく減少する．ある履歴を 3 回目に使用する場合，再度多数派の一部のエージェントが少数派に属するため，効率性は 50%付近となる．実際にはある履歴から遷移する場合，遷移先が 2 種類しかないため $2^m$ Step で全ての履歴が使用されるわけではなく，$2^{m+1}$ Step 間で全ての履歴が約 2 回使用される．

Table 2 では，ある履歴を 2 回目に使用するとき，勝者の選択が変化している．そこで，ある履歴を $x$ 回目に使用するとき，勝者の選択が変化しているか，3 種類のシミュレーションを行い調べた．3 種類それぞれの設定を，Cfg. 1，Cfg. 2，Cfg. 3 とする．Cfg. 1 はエージェント数 $n = 101$，履歴の長さ $m = 4$，戦略表の数 $s = 2$，シミュレーション期間を 512 Step とした．Cfg. 2 は Cfg. 1 からエージェント数を $n = 1{,}001$ に，Cfg. 3 はエージェント数を $n = 10{,}001$ に変更した．Fig. 11 から Fig. 13 に Cfg. 1 から Cfg. 3 の効率性の 10 回平均を示す．Fig. 11 から Fig. 13 より，Cfg. 1 は効率性の周期が発生せず，Cfg. 2 及び Cfg. 3 は効率性の周期が発生している．

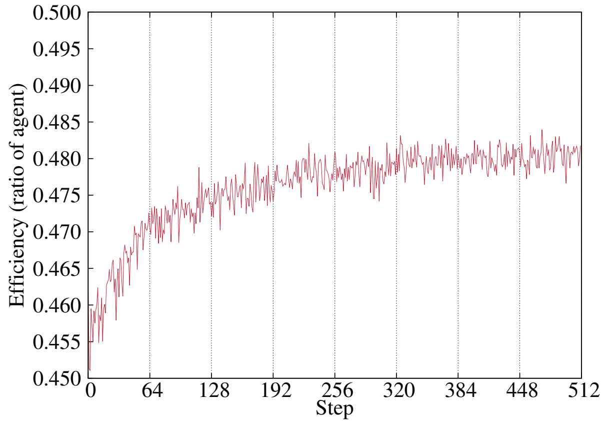


Fig. 11: Transition Efficiency in Cfg. 1 ($n = 101$, $m = 4$, $s = 2$)

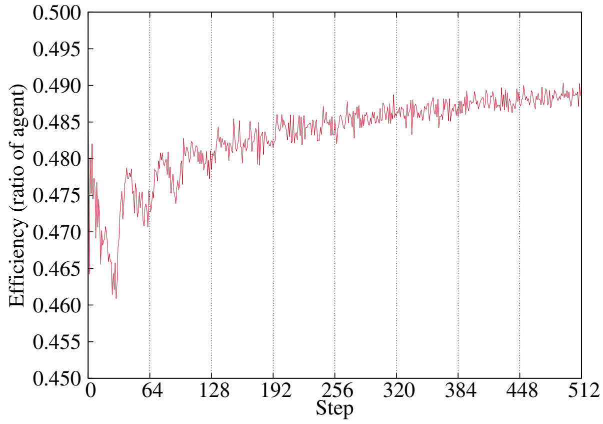


Fig. 12: Transition Efficiency in Cfg. 2 ($n = 1{,}001$, $m = 4$, $s = 2$)

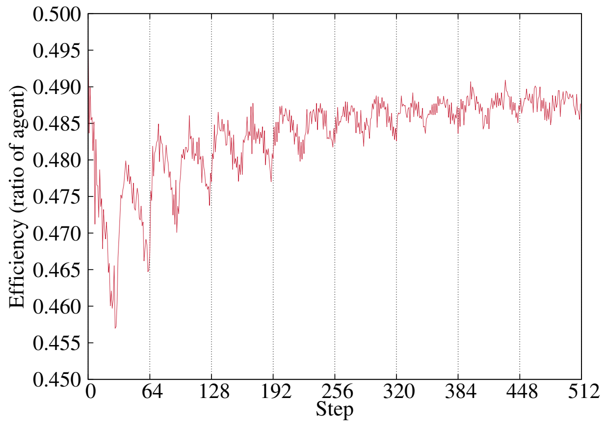


Fig. 13: Transition Efficiency in Cfg. 3 ($n = 10{,}001$, $m = 4$, $s = 2$)

Table 3 に勝者の選択の変化を示す．Table 3 の行は，$x$ 回目にある履歴を使用した際，全ての履歴の中で勝者の選択が変化した割合を示している．Table 3 内の数

Table 3: Changes in the selection of the winner

| $x$ | Cfg. 1 | Cfg. 2 | Cfg. 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | - | - | - |
| 2 | 0.75 | 1.00 | 1.00 |
| 3 | 0.75 | 0.81 | 0.81 |
| 4 | 0.50 | 1.00 | 1.00 |
| 5 | 0.69 | 0.88 | 0.75 |
| 6 | 0.37 | 1.00 | 1.00 |
| 7 | 0.75 | 1.00 | 0.81 |
| 8 | 0.48 | 0.94 | 1.00 |
| 9 | 0.63 | 0.94 | 0.81 |
| 10 | 0.56 | 0.81 | 1.00 |
| 11 | 0.50 | 0.75 | 0.88 |
| 12 | 0.56 | 0.81 | 1.00 |
| 13 | 0.75 | 0.75 | 0.81 |
| 14 | 0.44 | 0.94 | 1.00 |
| 15 | 0.75 | 0.94 | 0.81 |
| 16 | 0.69 | 0.88 | 1.00 |
| 17 | 0.69 | 0.75 | 0.94 |

Table 4: Number of uses in History

| | Cfg. 1 | Cfg. 2 | Cfg. 3 |
|---|---|---|---|
| Stdev | 3.13 | 1.03 | 0.66 |

値が 1.00 の場合，$x$ 回目に全ての履歴の勝者の選択が変化したことを示している．$x = 1$ の時に各 Cfg の値が一となっているのは，初めて履歴を使用するため勝者の選択の変化が計測できないからである．

Cfg. 1 の勝者の選択の推移の変化はあまりないといえる．Cfg. 2 の $x < 6$ と Cfg. 3 は $x$ が偶数の時，全ての履歴の勝者の選択が変化している．$x$ が奇数のとき 1.00 とならない理由は，エージェントが行動を決定するとき効率性は高くない．そのため敗者の数が増え，戦略表を切り替えるエージェントの数が増加する．戦略表の切り替えにより，0 を選択するエージェントの数と 1 を選択するエージェントの数が均衡する．よって次回その履歴を使用する際，勝者の選択が変化しない場合もあるからである．

Table 4 に全ての履歴の使用回数の標準偏差を示す．効率性の周期が発生するとき，ある履歴に対する勝者の選択が毎回変化する．すなわち，全ての履歴が均等に使われる．この現象は Table 2 に現れている。Table 2 の履歴の長さは $m = 3$ で，効率性の周期の間隔は $2^{3+1} = 16$ である．Table 2 の最初の 16 Step 間で全ての履歴が 2 回ずつ使用されている．Table 4 から，効率性の周期が発生する Cfg. 1 に比べ，Cfg. 2 及び Cfg. 3 の標準偏差が小さいことから，効率性の周期が発生する場合，全ての履歴が均等に使われることがいえる．

効率性の周期が発生する原因として，$2^{m+1}$ Step にかけ効率性が減少する理由と，$2^{m+1}$ Step 付近で効率性が増加する理由について説明したが，効率性の周期が発生しない場合，これらの現象が発生しない．今後効率性の周期が発生しない場合，なぜこれらの現象が発生しないか調べる必要がある．

## 5 おわりに

MG を大規模化することにより，$2^{m+1}$ Step の周期で効率性が変化することがわかった．効率性の周期が発生する原因は，戦略表に得点をつけ，得点に基づき使用する戦略表を選択する場合である．

効率性の周期が発生する場合，$2^{m+1}$ Step にかけ減少する原因は，エージェントが戦略表を切り替えることにより，多数派の一部エージェントが少数派に属することで次回今回と同じ履歴を使用する場合多数派となり，結果少数派に属するエージェントの数が大きく減少するゲームが，$2^{m+1}$ Step にかえ増加するからである．$2^{m+1}$ Step で効率性が増加する理由は，$2^{m+1}$ Step の間に大半の履歴が 2 回使用され，次にゲームを行う際，0 を選択するエージェントの数と，1 を選択するエージェントの数が同等となるからと考えられる．

本研究では，効率性の周期が発生する原因について分析した．分析の結果，$2^{m+1}$ Step 間で全ての履歴が 2 回使用されるとき，すなわちシミュレーションが乱数の世界を再現できているときに効率性の周期が発生している．しかしながら，効率性の周期が発生しない場合，本研究で挙げた現象が発生していない．今後，シミュレーションの設定次第（エージェント数が少なく履歴の長さが長い場合）で周期が発生しない原因を調べる．また，効率性の周期について定量的に示せていない．今後，効率性の周期について定量的に示し，効率性の周期が発生する境界条件を示す．

## 参考文献


1) Damien Challet，Yi-Cheng Zhang：Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game， Physica A，Vol.246，407/418 (1997).

2) 山本学，田井秀樹，水田秀行：1 億エージェントを用いたエージェントベースシミュレーションの実現への考察， 電子情報通信学会論文誌 D Vol. J90-D，2423/2431 (2007).

3) Dan Chen， Georgios K. Theodoropoulos， Stephen J. Turner， Wentong Cai， Robert Minson， Yi Zhang： Future Generation Computer Systems， Vol. 24， 658/671 (2008).

4) 増田知昭，山田隆志，山本学，吉本厚，寺野隆雄：マイノリティゲームを用いた大規模シミュレーションにおけるエージェントの挙動の解析， 第 27 回人工知能学会全国大会論文集， 1/4 (2013).

5) 増田知昭，山田隆志，山本学，吉川厚，寺野隆雄：マイノリティ・ゲームにおける大規模エージェントシミュレーションの解析，計測自動制御学会第 4 回社会システム部会研究会，41/46 (2013).

6) 原田拓弥，村田忠彦：マイノリティゲームの大規模化による効率性への影響，第 29 回ファジィシステムシンポジウム，441/446 (2013).

7) 原田拓弥，村田忠彦：マイノリティ・ゲームにおける効率性の周期の考察，計測自動制御学会第 5 回社会システム部会研究会，1/6 (2014).