

実データを用いた企業間振込ネットワークにおけるページランクと振込総額の統計性とその応用

石井晃（鳥取大学） 大西立顕（東京大学） 新井康平（群馬大学） 大浦啓輔（滋賀大学） 戸谷圭子（明治大学）

Statistics of PageRank and total transfer and its applications for inter-firm payment flow using real monetary transaction records between firms

*A. Ishii (Tottori University), T. Ohnishi (University of Tokyo), K. Arai (Gunma University), K. Oura (Shiga University) and K. Toya (Meiji University)

Abstract— We analyzed empirically network structures formed by monetary transactions between firms compiled from individual transactions in records of bank transfers in 2012, which is provided directly by three financial institutions in Japan. We found that distributions of indegree and outdegree follow power law distribution, showing directed scale-free networks. The significant information of each firm by using the correlation between the PageRank and the financial evaluation of each firms can be found in our investigation. The low PageRank with high financial evaluation means that the firm should be connected to more firms in business and banks should support it. The high PageRank with low financial evaluation means the possibility of the chain bankruptcies around the firm.

Key Words: inter-firm payment network, monetary transaction records, PageRank

1 はじめに

社会経済のあらゆる面は何らかの繋がり連鎖となる「ネットワーク」として理解すると解析に便利であり、また応用上重要な示唆を与えられる場合も多い。インターネットにおける各 WWW サイトのリンクの繋がりとは典型的なネットワークであるし、国際線航空路もネットワークとして捉えられる。企業間の取引関係も会社と会社が取引によって繋がり、その連鎖が社会全体を被っているという面で、ネットワークとして捉えて分析することが可能であろうことは、すぐわかるであろう。

ネットワーク理論を用いると、企業間取引のネットワークにおける各企業の重要度を、例えばインターネット上の web サイトの重要度を測るのに使われる PageRank [1-3] を用いて調べるとか、振込金額の統計性からどのようなネットワーク構造の特徴を見て取れるか、などが明らかにできる。これだけだと単なる経済物理学における研究に留まってしまうが、本論文ではこれを企業実務として、サービスとしてどのように活かせるか、まで視野に入れて研究を行った。

本論文では企業間の取引関係をネットワークとして捉えてネットワーク理論を用いて解析する。サービス科学として企業間取引のネットワークを調べることによってどんな意味があるかであるが、Fig.1 のように、個別企業のランキング（伝統的な金融機関によるランク付けがその例である）とそれぞれの企業ごとのネットワーク解析によるランキングを相関として捉えてみる。ネットワーク解析によるランキングの上位とは、その地域の企業間取引ネットワーク上で重要な役割を果たしている企業を意味する。すると、個別企業ランクもネットワーク解析のランクも両方良い企業は金融機関としては理想的な大企業と言えるし、また逆に個別企業ランクもネットワーク解析のランクも両方悪い企業は、あまりよくない企業と言えるだろう。興味深いのは Fig. 1 の相関での他の 2 つのパターンである。まず、

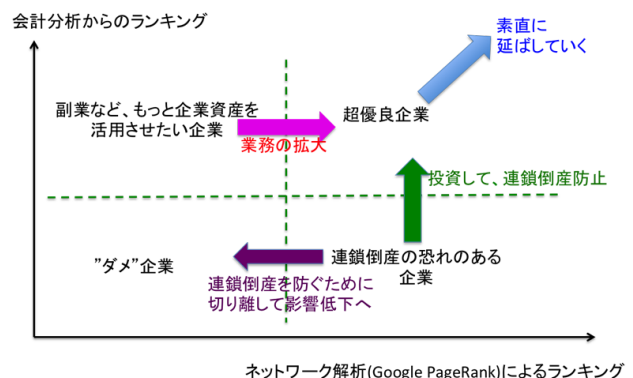


Fig. 1: ページランクと会計ランクとの相関

個別企業ランクは上位だがネットワーク解析のランクは下位の企業は資金的に余裕があるにもかかわらず、取引関係は狭い企業なので、金融機関から見ると、融資によって活動範囲を拡げさせる余地があることになり、それなりにサービスとして注目すべき企業が浮かび上がることが予想できる。逆に個別企業ランクは下位だがネットワーク解析のランクは上位の企業は、業績に不安があるにもかかわらず広い範囲に影響を持っているわけで、もしその企業が倒産したら、その周囲で連鎖倒産を引き起こす可能性が低くない。従って、融資している金融機関としては、連鎖倒産を防ぐために融資を追加するか、あるいは倒産が連鎖倒産とならないように、その企業と取引がある企業に代替取引先の紹介を進めてその企業の影響範囲を減らすか、方針を考える必要があることがわかってくる。このように、従来型の企業評価とネットワーク解析によるそれぞれの企業のネットワーク上の重みとの相関を見ることで、金融サービス展開上でこれまで以上にいろいろな事がわかってくると思われる。本論文ではネットワーク解析のランクとしてページランクを用いる。

最近、国内の企業間の取引関係について様々なネットワーク分析が行われている [4-10] が、これらの研究

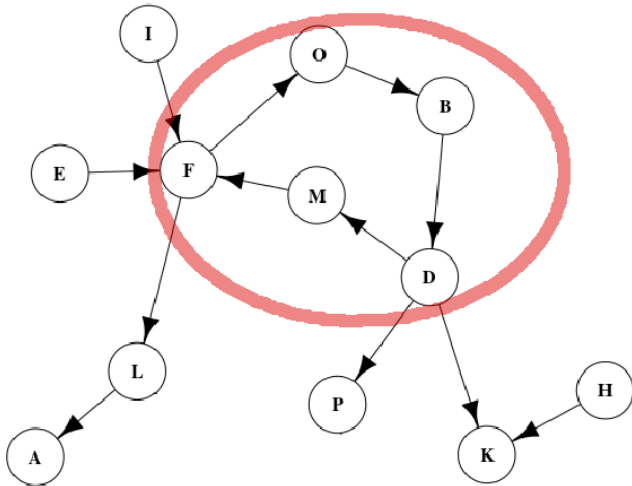


Fig. 2: ネットワークの最大強連結成分 (赤い領域)

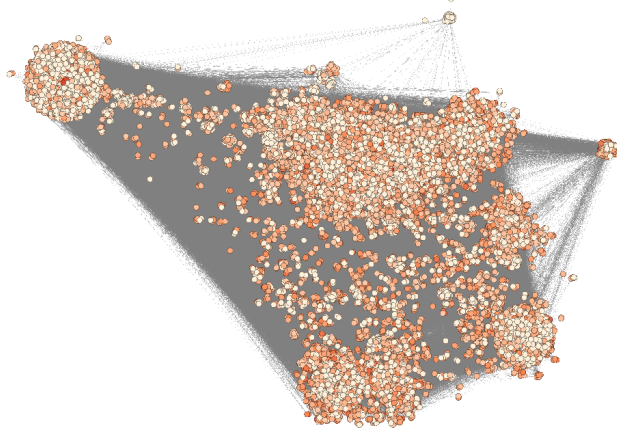


Fig. 3: ネットワークの最大強連結成分の可視化 (データ A)

に用いられている企業間取引のデータは、帝国データバンク・東京商工リサーチで代表される調査会社によるアンケート調査に基づいて作成されたものであり、取引関係 (リンク) の重みに関する情報がない場合が多く、また取引額の小さいリンクは省略されている可能性が高い。商用企業情報サービスの利用ではなく、実際の企業間の取引情報を媒介している金融機関自身から取引データの提供を受け、それを基に企業間取引ネットワークの解析を行う点に大きな特徴がある。

本研究では国内の3つの金融機関に協力いただき、2012年の一年間についての企業間の振込のデータを提供いただいた (それぞれ、データA、データB、データCとする)。これら金融機関A、B、Cはそれぞれ日本国内の特定の地域を代表する金融機関と考えていただいている。データには、何月何日にどの企業からどの企業にいくらの金額が振込されたかについての情報が入っている。この振込データから現実のお金の流れのネットワークを構築し、ネットワーク解析を行った。

2 企業間取引のネットワーク構造

企業をノードとし、企業*i*から企業*j*に振込がされればノード*i*からノード*j*に有向リンクをつなぐ ($i \rightarrow j$) という操作により、有向ネットワークを構築した。リンクの向きはお金の流れの向きになる。一般に、ネットワークはいくつかの成分に分類することができる。ここでは、強連結成分 (任意の2つのノード間

に有向路が存在する成分) で最大のもの (最大強連結成分) のみを分析対象とする (Fig.2)。データA、B、Cの最大強連結成分のサイズはそれぞれ約4万ノード、約5千ノード、約1万ノードになる (Fig.3)。以下のページランクの計算では、この最大強連結成分のみで計算している。それは全てのノードで計算すると、例えば1つしか接続先がないノードに辿り着いて行き止まりになる可能性があるからで、ランダムウォークとして考える場合、行き止まりノードに着いたらランダムにどこかに「飛ばして」ランダムウォークを続けさせる必要が出てくる。この辺りの取り扱いに任意性が入ってくるので、本論文では、まずは最もデータの取り扱いとして間違いの無い、最大強連結成分のみで計算を進めることにする。

ノードごとに「入」をノードへの入金、「出」をノードからの出金と定義する。ここで各ノードの入次数 k^{in} (他のノードから入ってくるリンクの本数)、出次数 k^{out} (他のノードへのリンクの本数) はどちらもベキ分布に従う (Fig.4)。したがって、これらのネットワークはスケールフリーネットワーク [11,12] になっている。次数 k のノードに隣接しているノードの平均次数は Fig.5 のような k 依存性がある。次数の大きなノードにつながっているノードの平均次数は小さく、ハブ企業同士がつながる確率は小さいことがわかる。つまり、ノード間はまったくランダムにつながっているわけではなく、つながり方にはノード次数の大きさによる相関構造がある。

3 企業間取引ネットワークのページランク

次に、企業間取引ネットワークにおける、ネットワーク上の各ノード (各企業) の重要さを判断する指標としてここではページランクを用いる。ネットワーク理論でよく用いられるページランクを計算してみよう。ネットワークは隣接行列によって表現できる。隣接行列 A_{ij} は、ノード i からノード j へのリンクがあれば $A_{ij} = 1$ 、リンクがなければ $A_{ij} = 0$ と定義される (ここでは、リンクの重みの違いを考慮しない)。いま、仮想的に、ネットワーク上のノードをウォーカーがランダムウォークする状況を考える。元々の Brin と Page のページランク理論ではこのランダムウォークは各 Web を見ている人の Web から Web への飛び移りを意味しているが、本論文でのランダムウォークは、例えばお金の動きがランダムウォークしているとイメージしてよい。ランダムウォーカーは今いるノードのリンク先のノードのいずれかに等確率に動くとする。十分時間がたったときノード i を訪れる確率 p_i^{in} は、行列 A_{ji}/k_i^{out} の最大固有ベクトルになる。この行列は確率行列のため最大固有値は1であるから、 p_i^{in} は

$$p_i^{in} = \sum_j \frac{A_{ji}}{k_j^{out}} p_j^{in}$$

より求まる。いま、最大強連結成分のみを解析対象としているため、 p_i^{in} はノード i のページランクになる。 p_i^{in} が大きな値をとるためには、ノード i の入次数が大きいだけでなく、ノード i に隣接しているノードのページランクが大きいことも重要になる。いま、ネットワークのリンクの方向を逆向きにして同様にページランク p_i^{out} も定義することができる。 p_i^{out} は、ウォーカーがリンクを逆向きにランダムウォークするとき、ウォー

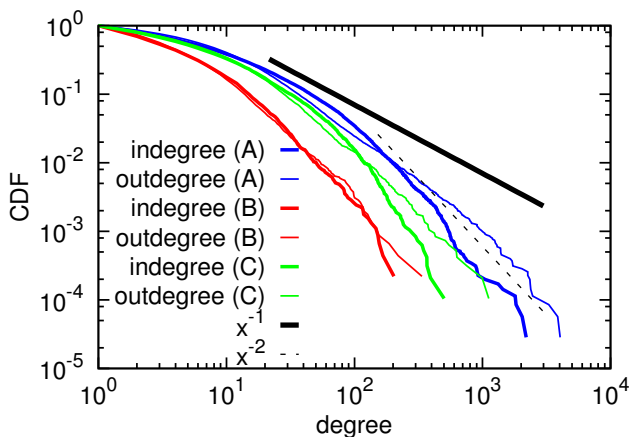


Fig. 4: ネットワークの次数分布．入次数が indegree，出次数が outdegree．

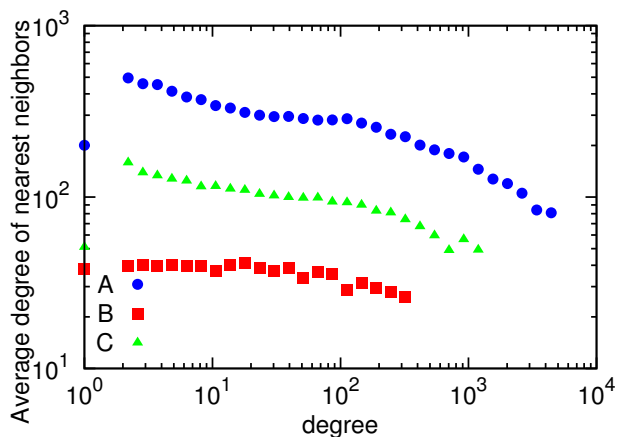


Fig. 5: 次数 (degree) のノードに隣接しているノードの平均次数

カーがノード i を訪れる確率になる．これらのページランクは，ランダムウォーカー（つまりお金）がどのくらいその企業に滞在するかを表現し，ネットワーク構造からみた企業の重要性を表す一つの指標になっている．振込ネットワークについて，ページランク $p^{\text{in}}, p^{\text{out}}$ を計算した．Fig.6 の散布図から分かるように， $p^{\text{in}}, p^{\text{out}}$ はそれぞれ入次数，出次数と強く相関している．Kendall の順位相関係数はそれぞれ 0.65, 0.66 になる．ネットワークが完全にランダムにつながっていれば，ページランクと次数は同じ値になる．しかし，実際にはつながり方に相関構造があるため，同じ大きさの次数を持つ企業でも，ページランクの値が異なる企業も存在している．

4 振込総額とネットワーク構造

次に，企業間の取引金額（振込総額）に注目し，振込総額とネットワーク構造の関係を調べた．各企業について，他の企業に支払った振込総額 v^{out} ，他の企業から受け取った振込総額 v^{in} はどちらもベキ分布に従い (Fig.7)，各企業に入出入りする金額には大きな格差がある．Fig.8 の散布図から分かるように，振込総額 $v^{\text{in}}, v^{\text{out}}$ はそれぞれ入次数 k^{in} ，出次数 k^{out} と強く相関している．Kendall の順位相関係数はそれぞれ 0.43, 0.61 になる．また，Fig.9 の散布図から分かるように，振込総額 $v^{\text{in}}, v^{\text{out}}$ はそれぞれページランク $p^{\text{in}}, p^{\text{out}}$ と強く相関している．Kendall の順位相関係数はそれぞれ 0.35, 0.53

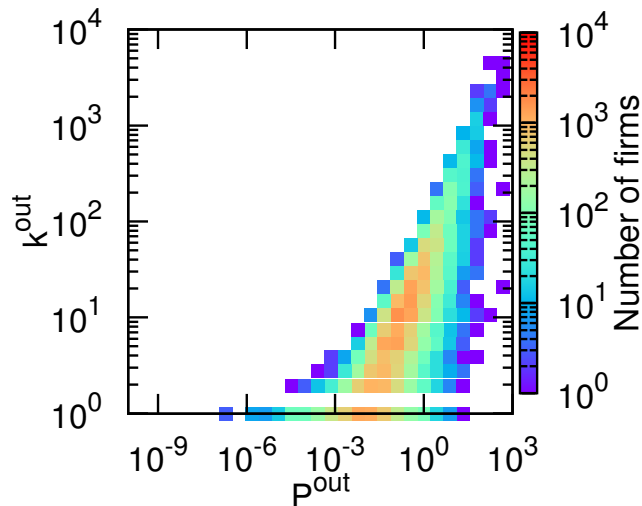


Fig. 6: ページランク p^{out} と次数 k^{out} の散布図 (データ A)

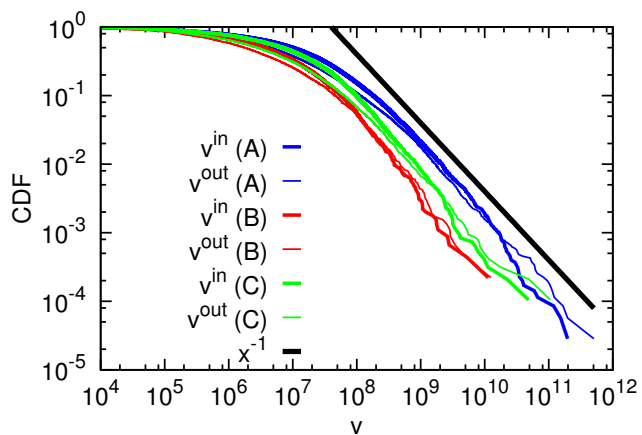


Fig. 7: 支払った振込総額 v^{out} ，受け取った振込総額 v^{in} の累積分布

になる．したがって，振込総額が大きい企業は，ページランクも次数も大きい企業であることが多い．

ページランクと次数は同じような量であるが，まったく同じものではない．そこで，振込総額が，ページランクと次数の二つの情報とどう関係しているかを詳しくみるために，ページランクと次数で条件つけた振込総額の平均値（ページランクと次数で二つの軸をとった二次元平面をセルで分割し，各セルに位置する企業についての振込総額の平均値）を調べた (Fig.10)．

ページランクや次数が大きい企業ほど振込総額が大きいという性質が確認できる．さらに，同じ次数の企業同士で比較をすると，ページランクの大きい企業ほど振込総額が大きいことが分かる．また，ページランクが同じ値の企業同士では，次数の大きい企業ほど振込総額が大きい．したがって，次数とページランクの両方の情報を利用することで，振込総額をより精度高く推定できる可能性がある．

5 ページランクと企業評価ランク

では，実際に Fig.1 のような，会計上の個別企業のランクとページランクとの相関を図にしてみよう．ページランクはその企業に入るお金による入ページランク (PageRank In) とその企業から出るお金による出ページランク (PageRank Out) の二つがある．

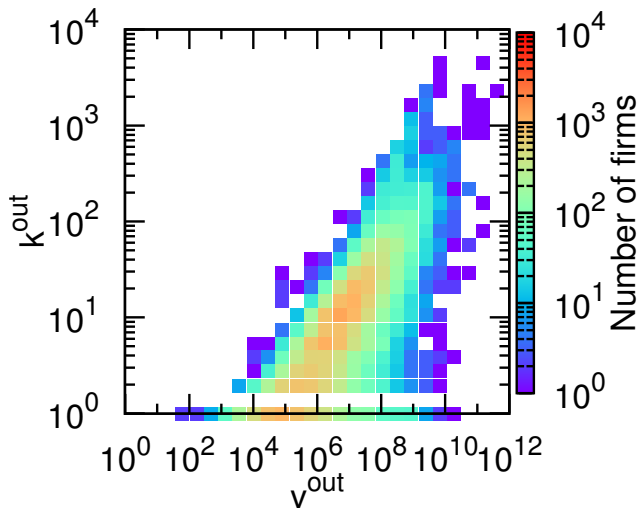


Fig. 8: 支払った振込総額 v^{out} と次数 k^{out} の散布図 (データ A)

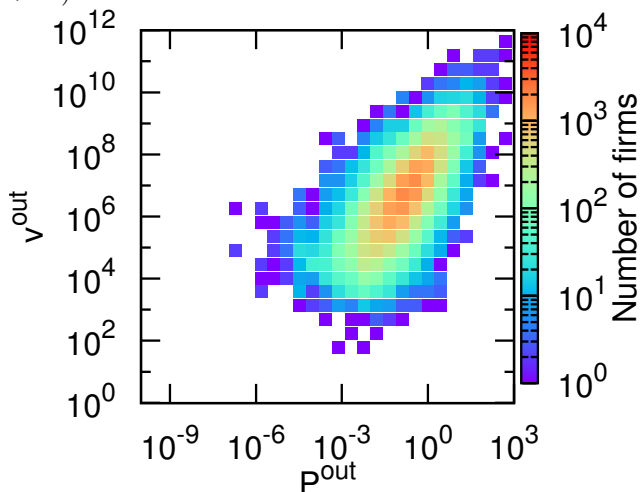


Fig. 9: ページランク p^{out} と支払った振込総額 v^{out} の散布図 (データ A)

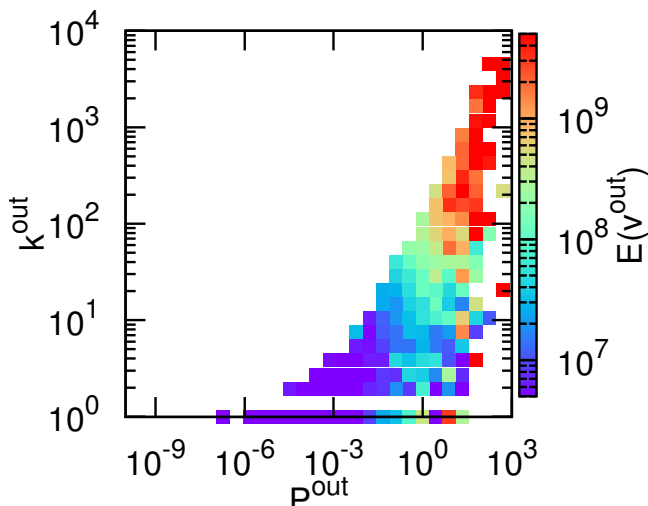


Fig. 10: ページランク p^{out} と次数 k^{out} で条件つけた支払った振込総額 v^{out} の平均値 (データ A)

我々は金融機関 A, B, C から取引関係にある企業毎の個別の評価ランキングを匿名で提供を受けており、そのランキングでは1から12までに各企業がランクされていて、1が最も優良な企業である。10以下は

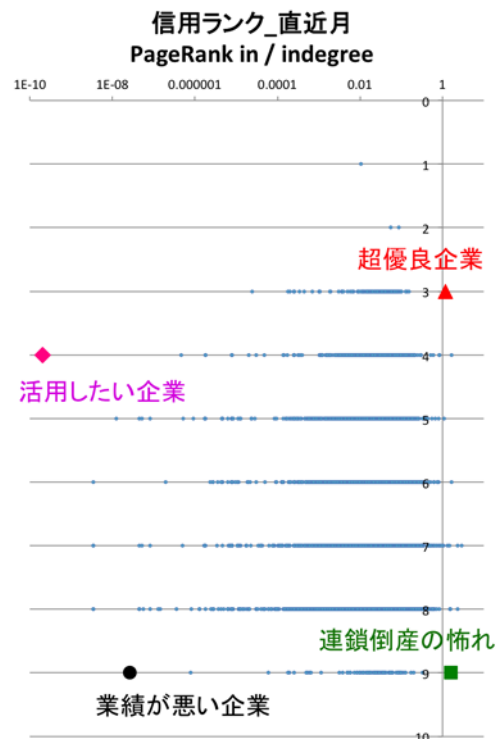


Fig. 11: 入ページランク / 次数と金融機関 A による企業ランクとの相関

今回は解析していない。Fig.11, 12 に、金融機関 A の提供による振込データから計算した入ページランクと出ページランクとで相関を取ったグラフを示す。ここで、単に次数が多いノード、つまり取引先が多い企業は自然とページランクの値も大きくなる傾向があることを考慮し、ページランクを各企業(各ノード)の次数で割った値を使っている。従って、次数の大きさ(取引先の数)に影響されることなく、純粋にネットワーク上の重みを計算していることになっている。

これらの図から、金融機関による企業ランクの上位からランク9(実質上の最下位)まで、いずれもページランクの値は広く分布している。入金と出金のページランクでも出金のページランクでも傾向は同様である。この結果から、企業評価ランクにページランクは無関係と考えるべきではなく、むしろ従来型の企業評価には、ページランクで代表されるような、それぞれの企業のネットワーク上の重みがこれまで全く考慮されてこなかったと考えるべきである。Fig.1で概念図として示したようなことは、従来型の企業評価だけでは金融サービスに活かすことは出来ず、これからは企業間取引ネットワークを考慮した、ページランクのような数値も、併せて必要になってくる、ということが言えるであろう。

次に、Fig.13 に示すのが、入ページランクと直近期の経常利益との相関を示す図である。ここでも、ページランクを各企業(各ノード)の次数で割った値を使っている。少なくとも経常利益と入金と出金のページランクを見る限り、それほど相関があるようには見えないが、先に議論したように、ここで重要なのは全体としてページランクと相関するかどうかではなく、分布の中心から外れた企業を具体的に確認し、それらとの融資等の金融サービスをどうするか、検討することである。実際、図を見るとページランクが高いランキングで、か

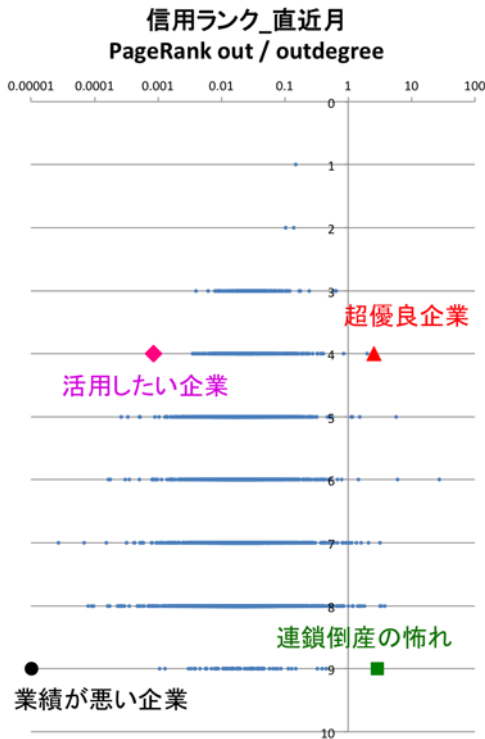


Fig. 12: 出ページランク / 次数と金融機関 A による企業ランクとの相関

つ経常利益がよくない会社はたくさん存在していることがわかる。

6 考察

現実にご利用できる企業間取引データでは、企業間の本当の取引金額は分からない場合が多い。ある程度の範囲で取引金額を推定することができれば、ネットワークのリンクの重みを勘案した上で、金・モノの流れからつながりの連鎖の影響をより現実的に解析し、ネットワークの脆弱性の視点からリスクを評価することが可能になると期待される。

我々の研究グループでは経済物理学だけでなく、会計学やマーケティングの専門家も加わって、それぞれの観点から分析を加えている。各企業の会計データはここで図に掲げた経常利益だけでなく、売上高や ROA など、多くの会計指標が集計されており、これらとページランクとの相関を見ていくことで、有益な結論が出てくる可能性が高い。入金と出金のページランクの違いも見る必要があり、入金とは企業にお金が入ってくる、すなわち製品の販売を意味し、それに対して出金は何かしらの購入、つまり仕入れに相当する。従って、仕入れ即ち出金は企業業績と言うよりも業態に左右されると思われるので、企業業績は恐らく入金ページランクの方が相関があるだろうと思われる。

それぞれの地域で重要な A, B, C の 3 つの金融機関についてのデータを分析しているが、この 3 つの金融機関のページランクによる解析結果に大きな違いは無い。

本論文で用いたページランクは、ほぼ Brin と Page が提案した [1, 2] とおりのページランクで計算しているが、この場合は各リンクごとの重みを考慮していない。各リンクごとの重みは企業間取引ネットワークでは毎

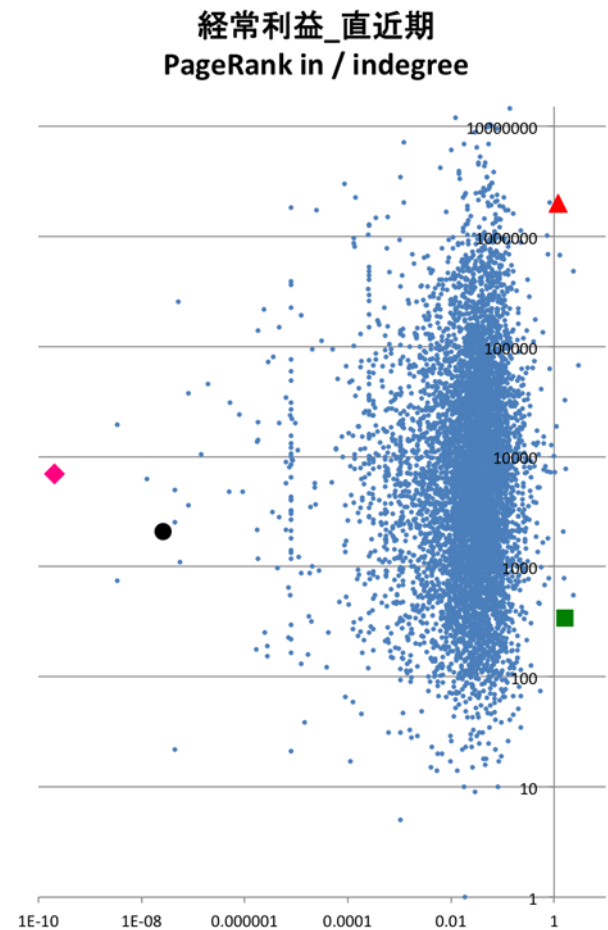


Fig. 13: 入ページランク / 次数と直近期の経常利益との相関。金融機関 A の場合

回の取引金額に相当するが、これは重み付きページランクとして計算可能であり、この重み付きページランクと単純なページランクの具体的な違いも、今回の 3 金融機関から提供された企業間振込データで解析して示すことが可能であり、近々示す予定である。

また、本論文では最大強連結成分のみで計算しているが、実際は各金融機関の口座で取引している全企業間での取引ネットワークの解析が必要であり、それに対するページランク、重み付きページランクの値も重要となるであろう。これについても近々示す予定である。

7 結論

本研究では、3 金融機関から提供された 2012 年 1 年分の企業間振込データを元に企業間取引ネットワークをネットワーク理論に基づいて調べた。その結果、振込金額など多くの場合でべき分布が確認され、スケールフリー的なネットワーク構造となっている事が明らかとなった。また、ネットワーク理論に基づいて計算したページランクは、金融機関提供の企業評価ランクと相関が乏しく、これからの企業評価においてページランクの活用が重要となることを見出した。

謝辞

本研究は、独立行政法人科学技術振興機構社会技術研究開発センター問題解決型サービス科学研究開発プログラム (JST-RISTEX) の助成による。数値計算は、FX10 スーパーコンピュータシステム (東京大学情報基

盤センター)を用いて行った。数値計算した結果の処理にあたって、鳥取大学工学研究科数理物性力学研究室の北尾明子技術補佐員に助けていただいた。また、統計数理研究所平成25年度共同研究集会「経済物理学とその周辺」及び平成26年6月27日における「金融サービスにおける企業・従業員・顧客の共創価値測定尺度の開発」プロジェクト研究成果交流会において有益な助言をいただいたことに感謝する。

参考文献

- 1) Original PageRank U.S. Patent Method for node ranking in a linked database Patent number 6,285,999 September 4, (2001)
- 2) Sergey Brin and Lawrence Page, Computer Networks and ISDN Systems **33** 107-17 (1998)
- 3) Lawrence Page, Sergey Brin, Rajeev Motwani, Terry Winograd, "The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web", Technical Report 1999-0120, Computer Science Department, Stanford University, (1999) <http://www-db.stanford.edu/~backrub/pageranksub.ps>
- 4) T. Ohnishi, H. Takayasu, M. Takayasu, "Hubs and Authorities on Japanese inter-firm network: Characterization of nodes in very large directed networks", *Progress of Theoretical Physics Supplement* **179**, 157/166 (2009)
- 5) T. Ohnishi, H. Takayasu, M. Takayasu, "Network Motifs in Inter-firm Network", *Journal of Economic Interaction and Coordination* **5**, 2, 171/180 (2010)
- 6) K. Tamura, W. Miura, M. Takayasu, H. Takayasu, S. Kitajima, H. Goto, "ESTIMATION OF FLUX BETWEEN INTERACTING NODES ON HUGE INTER-FIRM NETWORKS", *International Journal of Modern Physics: Conference Series* **16**, 93 (2012)
- 7) W. Miura, H. Takayasu, M. Takayasu, "The origin of asymmetric behavior of money flow in the business firm network", *The European Physical Journal Special Topics* **212**, 1, 65/75 (2012)
- 8) H. Watanabe, H. Takayasu, M. Takayasu, "Biased diffusion on Japanese inter-firm trading network", *New Journal of Physics* **14**, 10, 043034 (2012)
- 9) W. Miura, H. Takayasu, M. Takayasu, "Effect of coagulation of nodes in an evolving complex network", *Physical Review Letters* **108**, 16, 168701 (2012)
- 10) E. Viegas, M. Takayasu, W. Miura, K. Tamura, T. Ohnishi, H. Takayasu, H. J. Jensen, "Ecosystems perspective on financial networks: Diagnostic tools", *Complexity* **19**, 1, 22/36 (2013)
- 11) Barabasi, A.-L., and Albert, R., "Emergence of scaling in random networks" *Science* **286**, 509/512 (1999)
- 12) Albert, R., and Barabasi, A.-L., "Statistical mechanics of complex networks", *Reviews of Modern Physics* **74**, 47/97 (2002)