

世界の株式市場の相関構造分析

○木村 笙子 大西立顕 (東京大学)

Analyzing the correlation structure of world stock markets

*S. Kimura and T. Ohnishi (The University of Tokyo)

概要— 世界各国の株価指数の時系列から、相関構造を分析する。各国の株価指数の終値を日足の時系列として扱う場合、株式市場の開場時間の違いから、終値には時差が存在する。本研究では、2006年1月から2014年12月までの46カ国の株価指数の日足の時系列について分析し、各国の終値の時差の影響を指摘した。この問題を解決するために、2種類の相関係数を導入した。より経済の実態を反映した可視化ができ、また、国の重要度を測る指標を求めることができた。時差の問題を解決するもう1つの手法として、株価指数を分足の時系列として扱った。分析を行ない、相関構造は日次ごとに変動していることを発見した。

キーワード: 株価指数, 時差, 相関行列, 主成分分析, 最小全域木, リーマンショック, 分足時系列

1 研究の背景

経済時系列データの分析は様々な研究が行なわれてきた。毎年の移民数を時系列データと扱い分析した研究¹⁾や、毎年の世界各国の貿易額を時系列データと扱い分析した研究²⁾もなされている。特に、株価に代表される金融時系列データの分析が注目されている。金融時系列データは金融資産の価格の移り変わりを時系列データとして扱っている。1資産に注目して分析している研究もあるが、複数の金融資産に注目し、相関の構造を分析することも多い。

複数の金融資産の時系列データから相関の構造を分析した研究として、アメリカの企業の株価同士の相関行列を主成分分析すると、ランダムな行列と比べ、有意な差があることを示した研究³⁾が行なわれている。また、アメリカの企業の株価同士の相関係数を求め、相関係数を距離に変換して、最小全域木(MST)を構成することで、企業同士の関係を可視化した研究⁴⁾や、各国の為替同士でMSTを構成した研究⁵⁾が行なわれている。

これらの研究のように、1つの国の企業の株価や、為替を扱うときには同時刻の価格を扱うことができる。しかし、複数の金融資産として、世界各国の株価指数に注目し、各国の株価指数の毎日の終値を時系列データとみなし分析している研究^{6,7)}では、各国の終値には時差が存在する。長期間の時系列データから分析しているため、1日未満の時間差の問題は無視できるとしている。しかし、時差に注目している研究⁸⁾もあり、世界各国に時差があることを考慮するために、世界各国の株価指数と前日の世界各国の株価指数を合わせて用いている。しかしながら、世界各国の株価指数の相関構造を分析する際、同時刻の価格をとってることが難しいため、この時差を解決する絶対的な方法は提案されていない。そこで、本研究では、この時差の影響を取り除く方法を提案し、世界各国の株価指数から相関構造について分析していく。

2 データと分析手法

本章では分析に使用したデータを説明し、既存の手法を用いて分析を行なう。

2.1 使用したデータ

株価指数のデータとして、ロイターの2006年1月から2014年12月の46カ国の株価指数を用いる。用いた46カ国の詳細はTable. 2である。1つの国に代表的な株価指数が2つ以上ある場合がある。例えば日本ならば日経平均株価とTOPIXがある。このような場合、同一の国の株価指数は同じ銘柄を多く含み、相関係数が非常に大きいため、1つを選び、国が重複しないようにした。

2.2 相関行列

P_t^i を日付 t における国 i の株価指数の終値とすると、時系列 $(P_1^i, P_2^i, \dots, P_T^i)$ は非定常過程であり、定常化するために対数収益率 $R_t^i = \ln \frac{P_t^i}{P_{t-1}^i}$ に変換する。国 i, j のPearsonの相関係数は、 $\bar{R}^i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t^i$ として、

$$c_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t^i - \bar{R}^i)(R_t^j - \bar{R}^j)}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (R_t^i - \bar{R}^i)^2} \sqrt{\sum_{t=1}^T (R_t^j - \bar{R}^j)^2}} \quad (1)$$

と定義できる。全期間(2006年1月から2014年12月)の46カ国の株価指数から求めた相関行列がFig. 1である。期間中の相関係数の変動をみるために、一月ごとに過去3ヶ月のデータから求めた国同士の相関係数の平均を求めたものがFig. 2である。期間が短いと相関係数の誤差が大きくなってしまふことを考慮して、3ヶ月、約60日が最小期間と考え、過去3ヶ月間のデータから相関係数を求めた。Fig. 1より、アジア、ヨーロッパ、アメリカの地域ごとで相関係数が大きく、結びつきが強いことがわかる。Fig. 2より、2008年10月リーマンショック時や2010年6月ギリシャ財政危機時に、相関係数が急激に上昇している。また、短期間に上昇と下降の変動を繰り返しており、金融不安がうたわれていないときも、短期的に相関係数が上昇している時期がある。この時期にも金融市場に変化が起こったと考えられる。

2.3 ランダム行列理論を用いた主成分分析

ランダム行列理論では、長さ T の時系列データが N 種類ある $N \times T$ の行列 C の各成分が独立同一分布として平均値0、分散 σ^2/T に従う確率変数とすると、

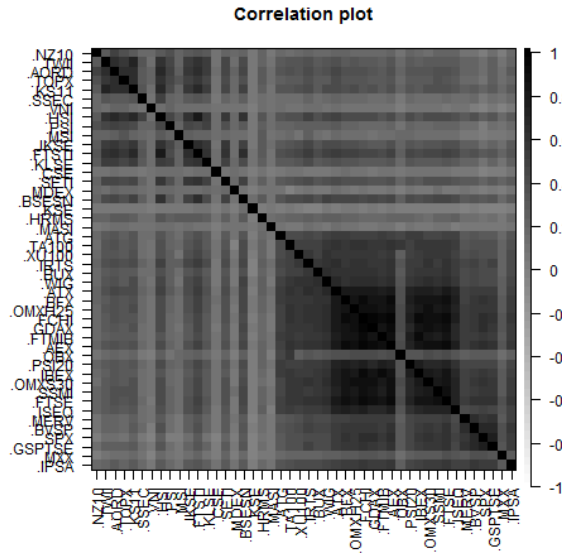


Fig. 1: 46 カ国の相関係数

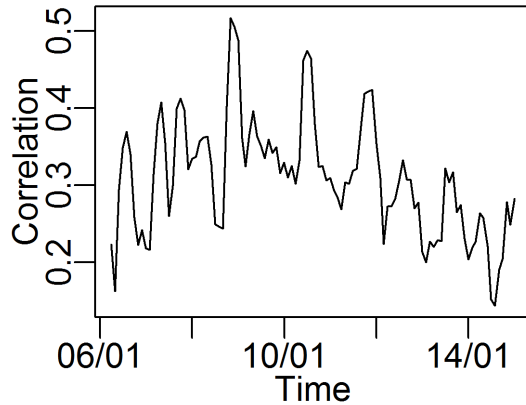


Fig. 2: 毎月の相関係数の変動

$H(=CC^T)$ の固有値 λ の確率密度は

$$\rho(\lambda) = \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda} \quad (2)$$

であり (ただし, $Q = \frac{T}{N}$, $T \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$), 固有値 λ は $[\lambda_-, \lambda_+]$ ($\lambda_{\pm} = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{Q} \pm 2\sqrt{\frac{1}{Q}}\right)$) の範囲のみに存在することが示されている³⁾.

全期間の 46 カ国の株価指数から求めた相関行列を主成分分析した結果, すなわち, 相関行列の固有値の分布は Fig. 3 のようになった. 実線はランダム行列理論から求める固有値の密度関数を描いたものである. $T = 2200$, $N = 46$, 各国の株価指数の分散の平均を用いて $\sigma^2 = 1$ として, 確率密度関数は計算した. また, この確率密度関数は, 46 カ国の全期間の株価指数の時系列データを時系列がそれぞれの国でランダムになるようにして, 相関行列を求め主成分分析をすることを 10000 回繰り返したときの, 固有値の分布関数と一致した. このことから, ランダム行列理論はデータからも一致することがわかる. Fig. 3 より, 相関行列の第 1, 2, 3 固有値はランダムな行列より大きい. そのた

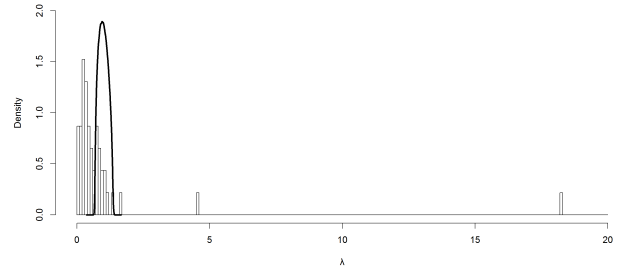


Fig. 3: 相関行列の固有値の確率密度とランダム行列の固有値の確率密度

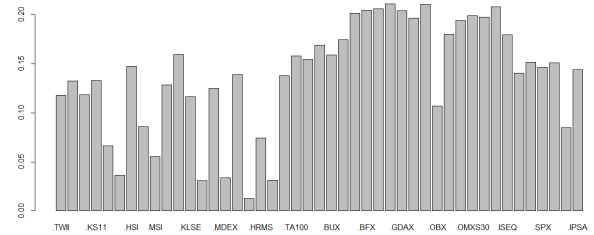


Fig. 4: 相関行列の第 1 固有ベクトル

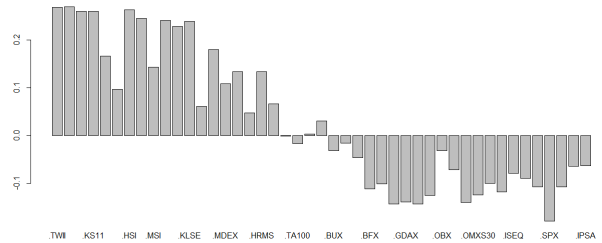


Fig. 5: 相関行列の第 2 固有ベクトル

め, これらの固有値はランダムでは考えられない変動を表していると考えられる.

そこで, 相関行列の第 1, 2 固有ベクトルを分析する. Fig. 4, Fig. 5 はそれぞれ第 1 固有ベクトル, 第 2 固有ベクトルを図示している. Fig. 4 より, 第 1 固有ベクトルは全ての国について, 正を示していることから, 第 1 主成分の変動は世界の市場全体を支配していることがわかる. Fig. 5 より, 第 2 固有ベクトルはアジア地域の国で正を, ヨーロッパ, アメリカ地域の国で負を示していることから, 第 2 主成分の変動は地域性を表すことがわかる.

2.4 最小全域木

相関構造を可視化するのに, ネットワーク構造にすることがある. 最もよく用いられるのが最小全域木 (MST) にする方法である. 相関係数 c_{ij} を $d_{ij} = \sqrt{2(1 - c_{ij})}$ と, 距離 d_{ij} に変換⁴⁾ し, 距離の小さいものから, 辺を結んでもグラフが閉路を持たないならば, 国 i, j を結び, 最小全域木を構成していく. 実際に全期間の 46 カ国の株価指数から求めた相関行列から最小全域木にしたものが Fig. 6 である. 黄色の四角形はアジア地域の国, 青色の丸形は南北アメリカ大陸の国, 緑色の丸形はヨーロッパの国, 赤色の四角形はアフリカの国, 水色の四角形は中東の国を表している. Fig. 6 より, アジア地域, ヨーロッパ地域, アメリカ地域と地域ごとにつながりが強いことがわかる. 最小全域木が地域性

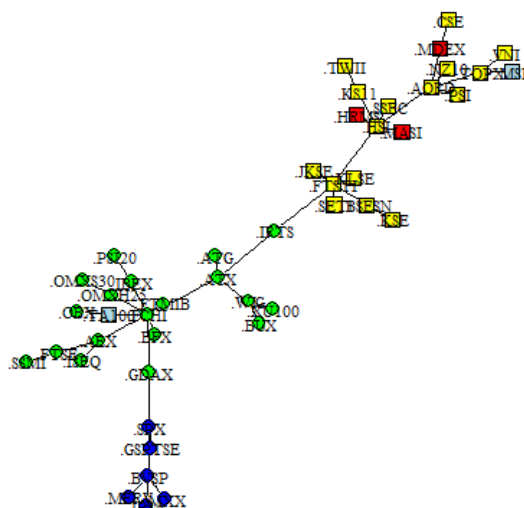


Fig. 6: 46 力国の最小全域木

を持っている⁴⁾ことがわかる.

相関構造を可視化するのに、最小全域木を拡張した planar maximally filtered graph(PMFG)⁹⁾ や多次元尺度構成法を用いている研究⁸⁾ もあるが、本研究では最も簡潔に構造を表している最小全域木を用いて分析していく。

3 時差が与える影響の分析

本章では，時差のある世界各国の終値を並べた時系列データから，相関構造を分析したときに表れる問題点について，考察していく。

3.1 既存の研究の問題点

世界各國の株価指数を分析する際、日足で終値を用いるが、同市場における企業ごとの株価の分析をする際とは異なり、各国の市場の取引終了時刻は異なるため、世界各國の株価指数と前日の世界各國の株価指数を合わせて用いて分析している研究⁸⁾もある。すなわち、 t 日の各国の株価指数の終値と $t+1$ 日の各国の終値を同時刻と扱っている。また、同一市場に上場している銘柄の株価に恣意的に時間差を入れた時系列を分析している研究¹⁰⁾もある。このように時間差の問題は研究されてきたが、世界各國の株式市場を用いたときの絶対的な解決方法は提案されていない。しかし、Fig. 7は分析に用いた46カ国の株式市場の取引時間をグリニッジ標準時(GMT)で表しているが、各国の取引時間に違いがあることは明確で、やはり既存の研究において終値を同時刻と扱うことに疑問が生じる。

3.2 分析

アメリカの株価指数.SPX と同日の 45 カ国の株価指数の相関係数を図示したものが Fig. 8 であり、アメリカの株価指数.SPX と翌日の 45 カ国の株価指数の相関係数を図示したものが Fig. 9 である。Fig. 9 では、Fig. 8 と比べ、アジア地域において相関係数が大きくなる。これは、アジア各国の市場の終了時刻と同日のアメリカ市場の終了時刻の時間差よりも、アメリカ市場の取引終了時刻と翌日のアジア各国の取引終了時刻の時間差の方が短いためと考えられる。アジアの株式市場は前日のアメリカの株式市場に大きく影響を受けていると一般に言われているが、これを裏付ける結果となつて

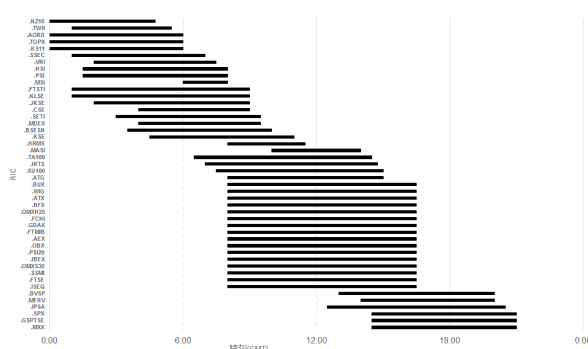


Fig. 7: 世界各国の株式市場の取引時間

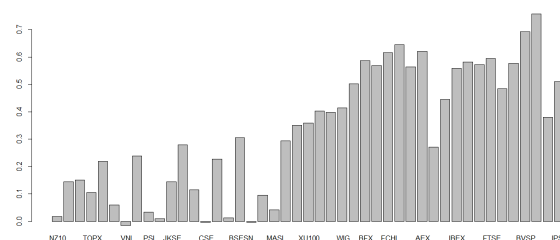


Fig. 8: .SPX(アメリカ) と 45 カ国の株価指数との相関係数

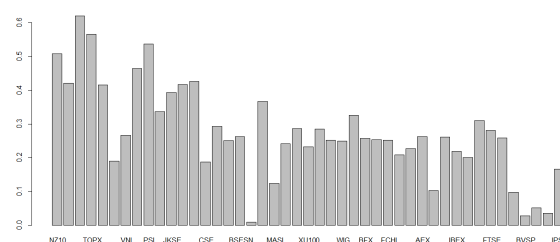


Fig. 9: .SPX(アメリカ) と翌日の 45 カ国の株価指数との相関係数

いる. このように, 世界各国の終値は同時でないために, 異なる相関ができる.

次に日付変更線は太平洋上に人工的に決定されたものであるため、他の地域上にあると考えることも可能である。そこで、日付変更線を移動させたときの最小全域木を考える。日付変更線が GMT12:00 上にある、すなわち、アジア地域とヨーロッパ地域の間にありと考えると、ヨーロッパ地域→アメリカ地域→アジア地域という順に時間が進んでいく。この場合、ヨーロッパ地域、アメリカ地域、翌日のアジア地域の株式指数の終値を同時刻とみなし、この時系列データから相関係数を求めることができる。この相関行列から構成された最小全域木が Fig. 10 である。同様に、日付変更線が GMT18:00 上にある、すなわち、ヨーロッパ地域とアメリカ地域の間にありと考えると、相関係数を求め、最小全域木を構成したものが Fig. 11 である。Fig. 10 では、アメリカ地域が中心に存在し、Fig. 11 では、アジア地域が中心に存在している。そのため、日付変更線が間にある地域同士が離れるように最小全域木では辺が繋がると考えられる。このように、日付変更線の

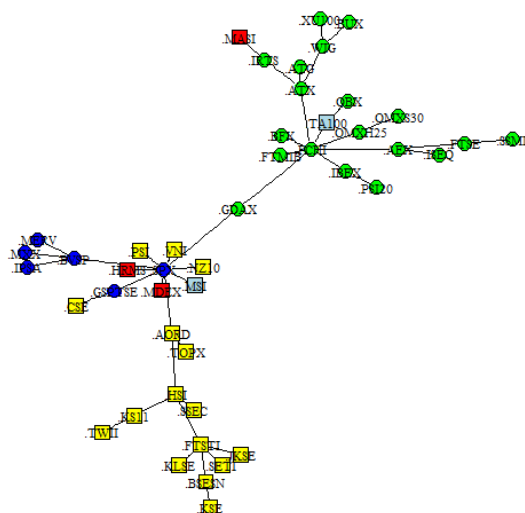


Fig. 10: 日付変更線がアジアとヨーロッパの間 (GMT12:00 上) にあると考えたときの MST

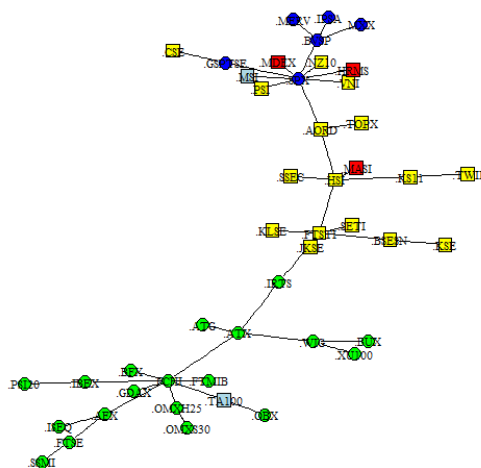


Fig. 11: 日付変更線がヨーロッパとアメリカの間 (GMT18:00 上) にあると考えたときの MST

場所を動かすと、最小全域木は異なるグラフになってしまう。

4 新たな相関行列を用いた相関構造分析

本章では時差の問題に対応するために、国同士の相関係数を2種類導入し、分析していく。

4.1 2種類の相関係数の導入

国 i, j の相関係数は、国 i は国 j よりも標準時が早いとして、① t 日の国 i と国 j の株価指数の終値を同時刻とみなし求めた相関係数、② t 日の国 j の株価指数の終値と $t+1$ 日の国 i の株価指数の終値を同時刻とみなし求めた相関係数の2種類が求まると考えた。相関係数①は今まで用いてきた相関係数である。

Fig. 12 は全期間における46カ国の2種類の相関行列を明示したものである。右上は相関係数①であり、左下は相関係数②となっている。そのため、右上はFig. 1と一致している。ヨーロッパの多くの国など、同時刻に株式市場が終了する国同士の場合、相関係数①と②は同じと扱う。Fig. 12より、時差の短いほうの相関係数が大きくなっていることがわかる。特に左下の相関係数の値が大きくなっており、アメリカ地域の

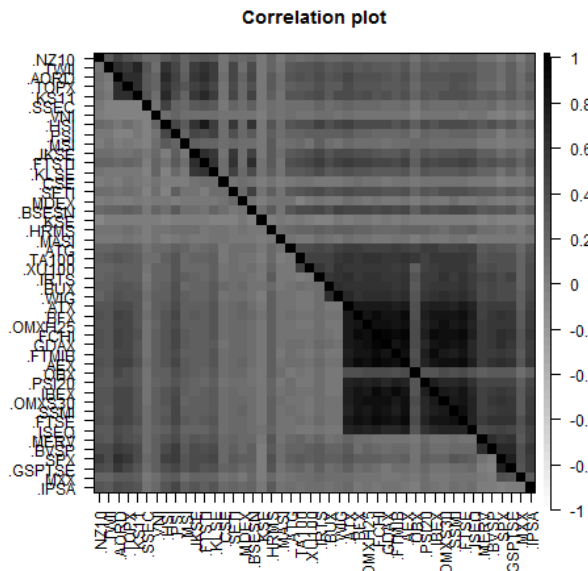


Fig. 12: 46カ国間の2種類の相関係数

株式市場と、翌日のアジア地域の市場の関係性の深さを示している。

4.2 最小全域木

2種類の相関係数の違いを可視化するために、最小全域木を作成する。相関係数①を2国間の距離に変換し最小全域木を求めたものがFig. 6、相関係数②を2国間の距離に変換し最小全域木を求めたものがFig. 13、2国間の相関係数①と②の平均を距離に変換したもののから最小全域木を求めたものがFig. 14である。

相関係数①から求めた最小全域木Fig. 6ではヨーロッパがアジア各国とアメリカ各国をつないでいる。一方で、相関係数②から求めた最小全域木Fig. 13ではアジア地域とアメリカ地域の関係性が強くなっている。また、Fig. 13では.SPX(アメリカ)につながる辺が最も多くなっているが、これは、既存の手法を用いると、.SPX(アメリカ)は、世界地理上アメリカの株式市場の開場時間が他の国より遅いため、実際の影響度より重要度が低い結果が導き出されていたと考えられる。

Fig. 14は、Fig. 6に近い図となっているが、これは相関係数②がアジア、アメリカ間の国同士以外は小さくなるため、相関係数①の影響が強いためと考えられる。しかし、前日のアメリカ市場と、アジア市場の関係の深さを加えることができたため、Fig. 6に比べ、Fig. 14ではアジア各国とアメリカ各国はより近い位置に配置され、ヨーロッパの中心性が弱まっており、より経済の実態を反映したグラフとなっていると考えられる。

4.3 定常確率

次に、2種類の相関係数を並べた相関行列が非対称であることを利用して、方向をもつとみなす。すなわち、国 i は国 j よりも標準時が早いとして、① t 日の国 i と国 j の株価指数の終値を同時刻とみなし求めた相関係数を国 $i \rightarrow j$ の影響力、② t 日の国 j の株価指数の終値と $t+1$ 日の国 i の株価指数の終値を同時刻とみなし求めた相関係数を国 $j \rightarrow i$ の影響力とみなせると考えた。相関係数を距離に変換することで、重み付きの

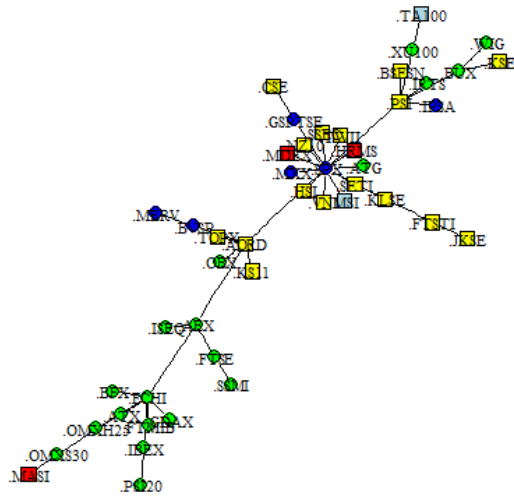


Fig. 13: 相関係数 ② から構成した最小全域木

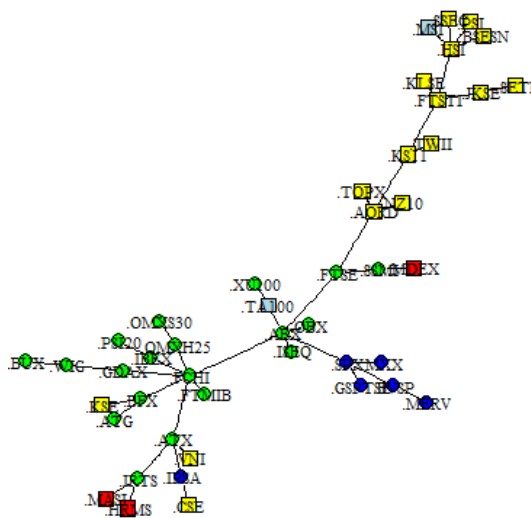


Fig. 14: 相関係数 ① と ② の平均から構成した最小全域木

隣接行列 $[d_{ij}]$ とみなせる。これを

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{\frac{1}{d_{ij}}}{\sum_{j \neq i} \frac{1}{d_{ij}}} & (i \neq j) \\ 0 & (i = j) \end{cases} \quad (3)$$

と確率に変換することで、隣接行列を遷移確率行列 $[p_{ij}]$ に変換できる。時刻 n の各国の確率分布を π_n とすると

$$\pi_n^T = \pi_{n-1}^T P \quad (n \geq 1) \quad (4)$$

という漸化式から、各時刻の各国の確率分布を求めることができる。 n を無限大にしたときに π_n が π_0 とは無関係な極限分布 π に近づき、

$$\pi^T = \pi^T P \quad (5)$$

が成立する。この各国の定常分布 π を求め、これは各国の重要度を表すと考えた。実際に全期間の 46 カ国の株価指数のデータから、各国の定常確率を求めた結果は Table. 1 のようになった。上位はヨーロッパ各国が占めており、用いた 46 カ国の株式市場にどれだけ影響

順位	RIC(国)	定常確率
1	.FCHI(フランス)	0.0287
2	.AEX(オランダ)	0.0279
3	.FTSE(英国)	0.0271
4	.GDAX(ドイツ)	0.0268
5	.BFX(ベルギー)	0.0265
⋮	⋮	⋮
15	.SPX(アメリカ)	0.0220
⋮	⋮	⋮
20	.TOPX(日本)	0.0212
21	.FTSTI(シンガポール)	0.0211
⋮	⋮	⋮

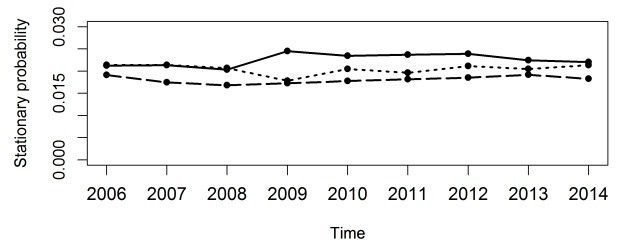


Fig. 15: .SPX(アメリカ), .TOPX(日本) と .SSEC(中国) の定常確率の変化

を与えているかという意味ではヨーロッパ各国の重要性がわかる。

次に、1 年ごとの各国の株式市場のデータから、各国の定常確率を求めた。すなわち、1 年毎の各国の定常確率を求め変化を分析した。アメリカ、日本、中国に注目したものが Fig. 15 である。実線が .SPX(アメリカ)、点線が .TOPX(日本)、破線が .SSEC(中国) の定常確率の変化を示している。2009 年にアメリカの定常確率が上がり、日本の定常確率が下がっていることがわかる。これは、リーマンショックから、アメリカを中心に世界的に景気が悪化した事実を反映していると考えられる。中国は、定常確率が低いものの、2008 年から 2013 年にかけて定常確率は微増している。中国では、為替や株式市場の動きに政府の介入があるため、各国の株式市場の動きとは独立していることが影響していると考えられる。中国の重要度の低さは、この状況を反映していると考えられる。しかし、この期間において中国の経済成長に伴い世界的に重要性が増していったために定常確率が微増していったと考えられる。

5 分足データを用いた相関構造分析

世界各國の株価指数の終値を日足で扱うと生じる時差の問題を解決したい。本章では、同時刻の各國の株価指数を抽出するために、株価指数の分足の時系列データを用い、分析を行なっていく。

5.1 株価指数の分足データ

株価の分足の時系列の分析^{10, 11)}では、どちらも同一市場の株式を用い、世界各國の株式指数の分足での分析は行なわれていない。これは世界各國の株価指数を用いる場合、市場が開いている時間がかぶっていない国同士は相関係数が求まらないことや、市場により

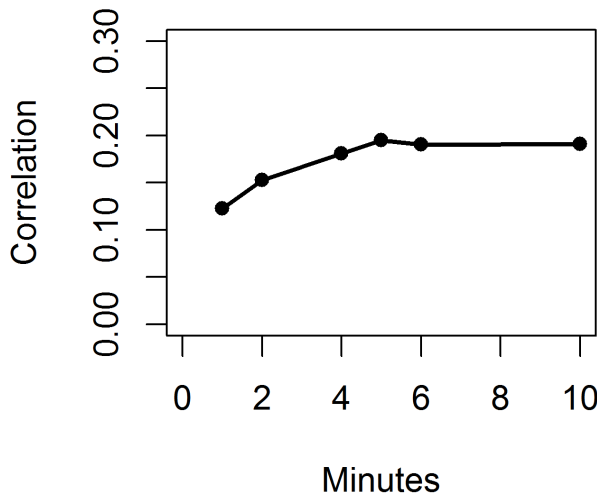


Fig. 16: 1 分, 2 分, 4 分, 5 分, 6 分, 10 分ごとの株価指数の相関係数

データのフォーマットが異なることが原因と考えられる。金融危機の起こった時期のみの時系列を用いた研究¹²⁾のように、本研究では、期間を Fig. 2 において最も変動が大きい期間となっている 2008 年 7 月から 2009 年 2 月のリーマンショック前後に限定し、リーマンショックにおける世界の株式市場の構造の変動を細かく分析する。

まず、何分足を採用すべきかを検討する。Fig. 16 は 1 分, 2 分, 4 分, 5 分, 6 分, 10 分ごとにとってきたデータから相関係数を求め、その平均を図示したものである。アジア地域の国とアメリカ地域の国同士など、相関係数が求まらない場合は無視し、求まったものの平均をとった。間隔は各国の株価指数の終値と始値が含まれる 1 分, 2 分, 4 分, 5 分, 6 分, 10 分を用いた。また、サンプル数の確保のために 10 分より長い間隔は考えていない。5 分足のときに最も相関係数が大きくなり、6 分, 10 分で若干小さくおおよそ一定となっている。そこで、5 分足の各国の株価指数のデータを用いて分析を行なっていく。

5.2 最小全域木

2008 年 7 月から 2009 年 2 月までの期間の 5 分足の株価指数の時系列データから各国の相関係数を求め、最小全域木にしたものが Fig. 17 である。相関係数の求まらない 2 国はもとより辺がつながっていないと考え構成した。アジア地域、ヨーロッパ地域、アメリカ地域と地域同士のつながりが強く、ヨーロッパ地域がアジア地域とアメリカ地域を結んでいることがわかる。Fig. 14 と同様、ヨーロッパの中心性が薄れており、より経済の実態を反映していると考えられる。

5.3 日次の相関構造の変動

1 日の時系列から相関係数を求めることができ、日付 t の国 i, j の相関係数 $c_{ij}(t)$ を分析する。同時に市場が開いている 2 国間の相関係数のみを用いる。

日付 t の相関係数の平均

$$\overline{c}(t) = \frac{1}{\#([c_{ij}])} \sum_{i,j} c_{ij}(t) \quad (6)$$

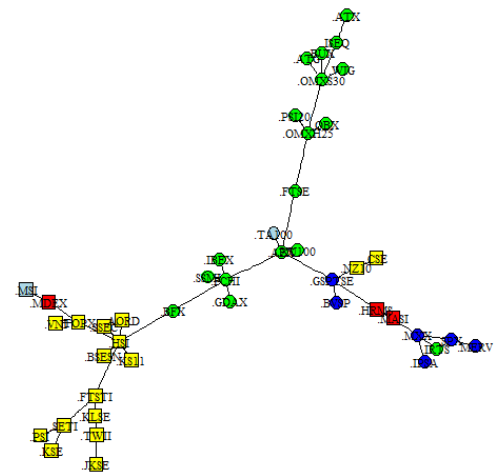


Fig. 17: 5 分足で求めた相関係数から構成した最小全域木

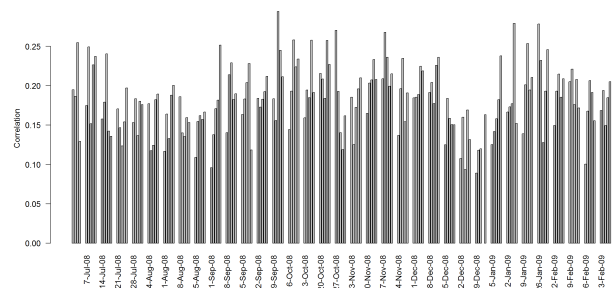


Fig. 18: 5 分足のデータから求めた日次の相関係数の平均

を図示したものが Fig. 18 である。ただし、 $\#()$ は要素数を示す。2008 年 10 月に相関係数が大きくなり、その前後の 2008 年 8 月や 2009 年 2 月に小さくなっている。このトレンドは、日足のデータを用いたときの Fig. 2 と一致する。相関係数の値が最も大きくなったのは 2008 年 10 月 1 日であり、2008 年 9 月 15 日にリーマン・ブラザーズが破綻した後、金融機関への不安が高まり、2008 年 9 月から 10 月にかけて多くの金融機関で合併や救済措置が行なわれており、金融危機が発生したことの影響であると考えられる。また、日付けに依存して大きさは変動していることがわかる。

相関行列の変動を表すために、前日との差分を

$$\Delta c_{ij}(t) = c_{ij}(t) - c_{ij}(t-1) \quad (7)$$

とする。これを要素とする行列 $[\Delta c_{ij}(t)]$ のフロベニウスノルム

$$\|[\Delta c_{ij}(t)]\|_F = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} \Delta c_{ij}^2}{\#([\Delta c_{ij}])}} \quad (8)$$

を求める。各国の祝日は異なっているため、毎日求める相関係数の数が変動するため一般のフロベニウスノルムを要素数で割っている。フロベニウスノルムの日次時系列が Fig. 19 である。相関係数の平均のピークと一致していないため、相関係数が大きくなっても構造が変化したわけではないことがわかる。相関係数の平均は負の値によって小さくなるが、フロベニウスノ

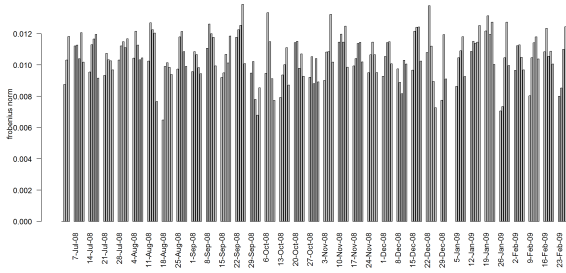


Fig. 19: 5 分足のデータから求めた日次のフロベニウスノルム

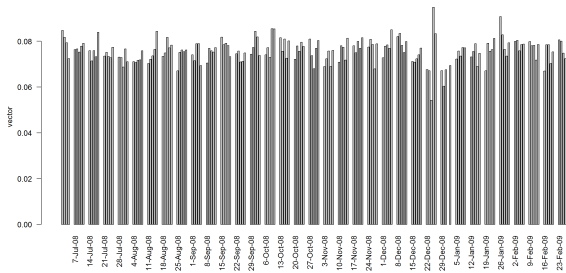


Fig. 20: 相関行列 $[m_{st}]$ の第 1 固有ベクトル

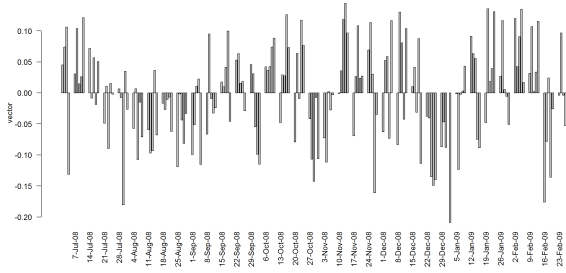


Fig. 21: 相関行列 $[m_{st}]$ の第 2 固有ベクトル

ルムの場合、変動の絶対値のため相関係数が負の値であっても影響を受けないことも考えられる。

5.4 主成分分析から見た日次の相関構造の変動

異なる 2 つの日付の相関を考える． $c_{ij}(s)$ と $c_{ij}(t)$ の相関係数は

$$m_{st} = \frac{\sum_{i,j} (c_{ij}(s) - \overline{c(s)})(c_{ij}(t) - \overline{c(t)})}{\sqrt{\sum_{i,j} (c_{ij}(s) - \overline{c(s)})^2} \sqrt{\sum_{i,j} (c_{ij}(t) - \overline{c(t)})^2}}$$

と定義でき、行列 $[m_{st}]$ の主成分分析から日次の相関構造の変動を分析する。

実際に 2008 年 7 月から 2009 年 2 月の 5 分足のデータから求めた行列 $[m_{st}]$ の固有値は $\lambda_1 = 96.8, \lambda_2 = 3.2, \lambda_3 = 2.9$ である．ランダムな行列の固有値は $T = 660, N = 173, \sigma^2 = 1$ とすると $[0.2, 2.3]$ に存在する．第 1, 2, 3 固有値はランダムな行列より大きいことがわかる．すなわち、ランダムでは考えられない相関構造の変動を表している。

そこで、第 1 固有ベクトル、第 2 固有ベクトルを図示したものがそれぞれ Fig. 20 と Fig. 21 である．第 1 固有ベクトルは全期間で正より、市場全体を支配して

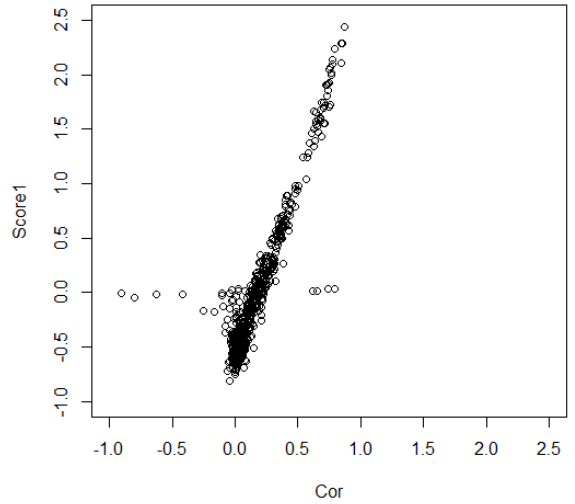


Fig. 22: 相関係数と第 1 主成分得点

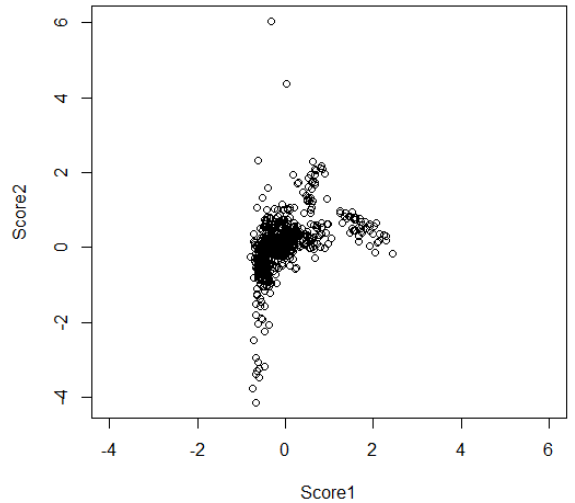


Fig. 23: 第 1 主成分得点と第 2 主成分得点

いる．第 2 固有ベクトルは正の期間と負の期間があり、毎日の相関係数の平均が高い期間に正、低い期間に負を示しており、日次の相関の変動を示していると考えられる。

相関係数、第 1 主成分得点、第 2 主成分得点の比較を行なう．第 m 固有ベクトルを $v_m = (v_m(1), v_m(2), \dots, v_m(N))^T$ として、第 m 主成分得点は

$$m\text{-Score}_{ij} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_m}} \sum_t v_m(t) \frac{c_{ij}(t) - \overline{c(t)}}{\sqrt{\sum_{i,j} (c_{ij}(t) - \overline{c(t)})^2}} \quad (9)$$

と計算できる．相関係数と第 1 主成分得点の関係は Fig. 22 であり、第 1 主成分得点と第 2 主成分得点の関係は Fig. 23 である．ただし、対角成分は除いている．相関係数と第 1 主成分の相関は 0.9 であり、Fig. 22 からも、相関係数は第 1 主成分得点と高い相関を持つ

ことがわかる。第 1 主成分によって相関係数の大部分が決まることがわかる。Fig. 23 より、第 2 主成分は、第 1 主成分が大きいときに小さな値をとっており、第 1 主成分と逆の動きをしている。

6 結論

本論文では、世界各国の株価指数の時系列データを用い、各国の株式市場の取引時間の時差の影響を考察し、時差の影響を取り除く工夫をし、世界各国の相関構造の分析を行なった。第 3 章の 46 カ国の株価指数の相関構造の分析では、既存手法を同一市場の複数銘柄に適用した場合には起こらない、時差の影響を受けることを確認し、考察を行なった。第 4 章では、この時差の影響をできるだけ取り除くために、2 種類の相関係数を導入し、既存の分析との比較を行なった。2 種類の相関係数を導入し、分析した結果、世界各国の相関構造はより経済の実態を反映していると考えられる。その後、通常の相関行列とは異なり、相関係数を並べたものが非対称になることを利用して、遷移確率行列に変換し、定常確率を求めることで、国の重要度の指標を求めることができた。第 5 章では、株価指数の時系列データを日足で扱うのではなく、分足で扱うことで、時差の問題を解決した。分足の時系列データを扱うことで、日次の株価指数の相関係数を求めることができ、相関構造には変動があることを発見した。また、日足で行なう分析では各国の相関構造にはヨーロッパの中心性が見られたが、分足で行なう分析では各地域に中心となる国があるという結論になり、より経済の実態を反映していると考えられる。

今後の課題としては、観測した世界の株式市場間の相関構造の経済学的な意味を考察し、手法の有用性を検討することが挙げられる。他の経済データとの比較を行なうことで、さらに結果の考察は深まることが考えられる。また、分足時系列から 2 カ国間の相関係数を算出する際、どの 2 カ国で観測するかによって同時に市場が開いている時間の長さが異なるため、算出した相関係数の信頼区間の大きさにも違いが生じている。これらの頑強性を評価することで、相関構造をより精度良く定量化する手法を開発したい。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP16H02872 の助成を受けた。

参考文献

- 1) Fagiolo G., Mastrolillo M.: International migration network: Topology and modeling, *Physical Review E*, **88**-1, 012812 (2013)
- 2) Fagiolo G., Reyes J., Schiavo S.: The evolution of the world trade web: a weighted-network analysis, *Journal of Evolutionary Economics*, **20**-4, 479/514 (2010)
- 3) Laloux L., Cizeau P., Bouchaud J. P., Potters M.: Noise dressing of financial correlation matrices, *Physical Review letters*, **83**-7, 1467 (1999)
- 4) Mantegna R. N.: Hierarchical structure in financial markets, *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, **11**-1, 193/197 (1999)
- 5) Mizuno T., Takayasu H., Takayasu M.: Correlation networks among currencies, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **364**, 336/342 (2006)
- 6) Song D. M., Tumminello M., Zhou W. X., Mantegna R. N.: Evolution of worldwide stock markets, correlation structure, and correlation-based graphs, *Physical Review E*, **84**-2, 0261088 (2011)

- 7) Nobi A., Lee J. W.: State and group dynamics of world stock market by principal component analysis, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **450**, 85/94 (2016)
- 8) Sandoval L.: To lag or not to lag? How to compare indices of stock markets that operate on different times, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **403**, 227/243 (2014)
- 9) Aste T., Di Matteo T., Hyde S. T.: Complex networks on hyperbolic surfaces, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **346**-1, 20/26 (2005)
- 10) Curme C., Tumminello M., Mantegna R. N., Stanley H. E., Kenett D. Y.: Emergence of statistically validated financial intraday lead-lag relationships, *Quantitative Finance*, **15**-8, 1375/1386 (2015)
- 11) Tan L., Chen J. J., Zheng B., Ouyang, F. Y.: Exploring Market State and Stock Interactions on the Minute Timescale, *PloS one*, **11**-2, 0149648 (2016)
- 12) Sandoval Junior L.: Cluster formation and evolution in networks of financial market indices, *Algorithmic Finance*, **2**-1, 3/43 (2013)

A 実験に用いた 46 カ国

実験に用いた 46 カ国のロイターインストルメントコード (RIC), 銘柄名, 国名は以下の通りである。

Table 2: 実験に用いた 46 カ国の詳細

RIC	銘柄名	国
.NZ10	S&P NZX 10 Capital Index	ニュージーランド
.TWII	加権	台湾
.AORD	オールオーディナリーズ	オーストラリア
.TOPX	TOPIX	日本
.KS11	韓国総合	韓国
.SSEC	上海総合	上海
.VNI	ベトナム VN 指数	ベトナム
.HSI	ハンセン	香港
.PSI	フィリピン	フィリピン
.MSI	マスカット証券取引所 総合	オマーン
.FTSTI	ストレイトタイムス	シンガポール
.KLSE	FTSE プルサマレーシア KLCI	マレーシア
.JKSE	ジャカルタ総合	インドネシア
.CSE	コロンボ全株指数	スリランカ
.SETI	SET	タイ
.MDX	モーリシャス SEMDEX 指数	モーリシャス
.BSESN	SENSEX (ムンバイ)	インド
.KSE	カラチ KSE 100 指数	パキスタン
.HRMS	ヘルメス指数	エジプト
.MASI	モロッコ全株指数	モロッコ
.TA100	テルアビブ TA-100 指数	イスラエル
.IRTS	RTS	ロシア
.XU100	イスタンブール 100 種	トルコ
.ATG	AT COM SHR PR ID	ギリシャ
.BUX	ブダペスト証券取引所指数	ハンガリー
.WIG	ワルシャワ WIG 指数	ポーランド
.ATX	ATX-INDEX VIENNA	オーストリア
.BFX	BEL20	ベルギー
.OMXH25	OMXH25 INDEX	フィンランド
.FCHI	CAC 40 INDEX	フランス
.GDAX	XETRA DAX PF	ドイツ
.FTMIB	FTSE MIB	イタリア
.AEX	アムステルダム AEX 指数	オランダ
.OBX	ノルウェー OBX 株価指数	ノルウェー
.PSI20	ユーロネクスト リスボン PSI20 指数	ポルトガル
.IBEX	スペイン IBEX 35 指数	スペイン
.OMXS30	スウェーデン OMX ストックホルム 30 種指数	スウェーデン
.SSMI	スイス SMI 指数	スイス
.FTSE	FTSE 100 INDEX	英国
.ISEQ	アイルランド ISEQ 全株指数	アイルランド
.BVSP	BVSP BOVESPA IND	ブラジル
.MERV	メルバル	アルゼンチン
.IPSA	SASE Select Inx	チリ
.SPX	S&P500 種	アメリカ
.GSPTSE	S&PTSX 総合	カナダ
.MXX	ボルサ	メキシコ