

信頼と不信の対人関係とメディア効果を考慮したオピニオンダイナミクス理論

○石井晃（鳥取大工） 川畑泰子（群馬大学社会情報）

Opinion dynamics theory considering interpersonal relationship of trust and distrust and media effects

*A. Ishii (Tottori University) and Y. Kawahata (Gunma University)

概要— 意見を連続値として考えるオピニオンダイナミクス理論は Bounded Confidence Model がよく知られている。しかし、前述には人々の対立は含まれていない。本論文では人々の間に信頼と不信の関係を対人関係の係数の正負で表現し、一次元軸上の意見の値も正から負を取り得るとして拡張した理論を提示する。さらにヒット現象の数値モデルにならってマスメディアにおける影響も加味して、考察を行う取り組みを行った。本論文では、計算シミュレーションで 2 人、3 人、20 人、そして 300 人の例を示す。

キーワード: 信頼と不信, 時間発展, カリスマ

1 序論

ここ 10 年で急激な速度で、OSN(オンラインソーシャルネットワーク)が発達した。全く面識が無い人同士でも OSN 上で発生する投稿における一次的、二次的なコメントなどで意見交換が行われることが多い。それぞれの環境、人間性など前提条件を無くしたそれぞれの意思における交換も成立も発生するようになった。その結果、社会全体を巻き込むような論争や犯罪の温床になるケースも散見されている。特に、ライフログのデータ取得が可能な基盤を保持する情報通信技術を持つ大企業("GAFA", "FANG"など)の到来は、我々の日々のデータは無意識であれ意識したものであれ、ある種の合意形成として取り扱われているケースもよく見かけられるようになってきている¹⁾。上記のような社会環境システムは、公衆ネットワークがもたらしたオンライン上の擬似社会が自然社会における森羅万象と同様に可視化がされた。そういった意味で、公衆ネットワークが普及して以降、これまで可視化・定量化されにくかった社会現象のメカニズムを理解する Web Science の分野の研究も急激に成長を遂げている²⁾。そして、それらの学問を応用し、社会実装に繋げる研究開発もデータサイエンスの分野の一つと提唱され、徐々に進んでいる。上記のような研究開発の過程で、データは特徴量を統計的に有意に抽出されやすいように、整形され、機械学習などの処理を経てモデルデータにもなる。それらが、我々の日々のオンライン上での行動の中でレコメンド機能など、パーソナライズされた意見から集約された意見まで自動的に公衆ネットワーク経由・APIなどで提供が可能となっている。それらは我々のオンライン上でのある種の合意形成の結果の利活用である。しかし、公衆ネットワーク、社会環境システムの世界的な普及はプラスの側面ばかりではない。2019 年以降、ますます、様々な制約を越境した情報の交流・意思決定・合意形成がなされる社会に変貌しつつある。特に無意識な合意形成におけるエコーチェンバーの増幅から世論が傾きポピュリズム・プロパガンダも発生しやすい時代に突入したとも言える。

オンライン上の過剰な意見の衝突がオンラインから日常生活へダイレクトにもたらすであろう社会的リス

ク、フェイクニュースの膨張など懸念材料が多くニュースや書籍などでも参照され出している。近年の事例であると、YouTube 上でリアルタイムにフランス・パリにおける「黄色のベスト」のデモの配信がリアルタイムで閲覧可能となっている³⁾。国としての主張・法規制とその国民の意見主張の乖離なども、何らかのメディアの編集作業がされないままにオンライン上で第三者の国々から閲覧される状況にもなった。

オンライン上における意見交換は記録に残り、第三者におけるメディアリテラシーもより一層重要となる時代が到来している。そのログの解析から意見交換を解析することが可能である。このような意見交換とそれによる同意形成までの過程はオピニオンダイナミクスとして知られている研究分野となる。

オピニオンダイナミクスは社会(あるいは少数のグループ内)での意見の合意を目指すプロセスを解析する理論として古くから様々な面から研究されている。^{4, 5, 6, 7, 8, 9)}。意見の合意にゲーム理論を使う試みも行われ¹⁰⁾、これも一種のオピニオンダイナミクスと言える。オピニオンダイナミクス理論の総合報告も参照されたい^{11, 12)}。しかし、現代社会の、膨大なログデータが残る意見交換を解析するには、大規模なデータに対する解析との融合を念頭に置いた、定量的な解析に使える理論が必要になることは言うまでもない。

定量的な解析に向けたオピニオンダイナミクスの理論は、大きく分けて 2 つの流れがある。1 つの手法は意見を 1 と 0、あるいは 1 と -1 の二値とした相反する条件・離散的な意見を扱う理論である。アメリカやフランスの大統領選挙、あるいは BREXIT に見られる国民投票などは投票でかみならずどちらか一方に絞って投票するため、この二値の理論は応用しやすい。もう 1 つの手法は意見を一次元(あるいは多次元)の連続値で考える理論である。合意形成などはこちらのやりかたで考えることが多い。

離散的な二値の理論としては、代表的なものに Galam による磁性物理学理論の Ising 模型を応用した理論がある^{13, 14, 15)}。また、理論物理学の繰り込み群の考え方を利用した局所多数決モデルも賛成と反対の二値である^{16, 17)}。この理論によって、Galam はイギリスの EU 離脱(BREXIT)の国民投票¹⁸⁾やトランプの大統

領当選¹⁹⁾の解析の研究を發表している。

一方、意見を連続値とした理論の代表的なものに Bounded Confidence Model が挙げられる^{20, 21, 22)}。Bounded Confidence Model は意見は 0 から 1 までの連続的な値を取るとする。ここで 1 は賛成で、0 は無関心である。反対意見を想定していないことに注意されたい。

2 理論

我々の数理モデルは、意見を連続値とした理論の代表的な bounded confidence model²⁰⁾ から出発する。 N 人の人を想定し、 $1 \leq i \leq N$ として時刻 t でのエージェント i の意見を $I_i(t)$ と書く。Hegselmann-Krause²⁰⁾ の理論では、エージェント i の意見は次のように定義される。

$$I_i(t+1) = \sum_{j=1}^N D_{ij} I_j(t) \quad (1)$$

これは微分形式で以下のように書ける。

$$\Delta I_i(t) = \sum_{j=1}^N D_{ij} I_j(t) \Delta t \quad (2)$$

ここで、 $I_i(t)$ の値域は $0 \leq I_i(t) \leq +\infty$ である。Hegselmann-Krause の理論では、ここで N 人の中の全ての組み合わせ i, j について、係数 $D_{ij} \geq 0$ である。彼らの定義では $D_{ij} = 0$ はエージェント i の意見はエージェント j の意見の影響を受けないことを意味する。なお、この Hegselmann-Krause の理論では意見を強く持つ人から無関心な人までの間での合意形成を念頭に置いていた。

本手法では、現実の社会において人々の中に対立が無いことはほぼ存在しないと仮説を置いた。より一般的に社会の中の意見交換の影響を考察するには、全員が合意形成する場合だけでなく、中には反発する人もいて、対立が存在するのが普通であると考えた。そこで、石井一川畑によって対立を採り入れた理論が提出された²³⁾。

石井一川畑の理論²³⁾ では、意見は賛成と反対の二値でも Bounded Confidence Model での $0 \leq I_i(t) \leq +\infty$ でもなく、 $I_i(t)$ の値域は $-\infty \leq I_i(t) \leq +\infty$ と拡張し、正の値と負の値がそれぞれある問題に関する賛成と反対、などに相当するとする。

また、人と人との意見交換の際にどのような影響を受けるかを定義する係数 D_{ij} は人と人との間の信頼と不信を表すとする。即ち $D_{ij} > 0$ であれば、エージェント i はエージェント j を信頼していて、 $D_{ij} < 0$ であればエージェント i はエージェント j に不信感を抱いていると考える。また、係数 D_{ij} は非対称とし、エージェント i から見たエージェント j の信頼・不信とエージェント j から見たエージェント i の信頼・不信は異なる数値で、片方が正でもう片方は負というのはいり得るとする。実際の人間関係でそれは十分にあり得るであろう。

先に提出された石井一川畑の理論²³⁾ では、実際には同調や反発が時間推移によって、無限に進行するという欠点がある。例えばエージェント A とエージェント

B が反発する場合、どこまでも反発して両者の意見は正の無限大と負の無限大に発散してしまう。それは観測と比較するまでもなく不合理である。実際にはあまりにも意見が違ふ場合、お互いに見えなくなることになってしまうと仮説立てられる。また、もう一つの欠点として、自分と同じ意見の人と共鳴する面も考慮する。エージェント A とエージェント B がまったく同じ意見の場合、石井一川畑の理論²³⁾ では両者がどんどん正の意見の方向（あるいは負の意見の方向）に発散していく。実際には同じ意見であれば、双方にとってメリットであり、そこまで 2 人で盛り上がることはないであろうと推察する。これは謝辞にも記したバリ政治学院の S Galam 教授からも指摘があり、理論の改良に至った。

式 (2) の $D_{ij} I_j(t)$ を次のように変更して上に述べた 2 つの足りない効果を採り入れることにする²⁴⁾。

$$D_{ij} \Phi(I_i, I_j) (I_j(t) - I_i(t)) \quad (3)$$

ここで

$$\Phi(I_i, I_j) = \frac{1}{1 + \exp(\beta(|I_i - I_j| - b))} \quad (4)$$

ここで $\Phi(I_i, I_j)$ は $|I_i - I_j| = b$ 付近でスムーズにカットオフが働く関数であり、シグモイド関数である。さらに $I_j(t) - I_i(t)$ によって、 $I_i(t)$ は自分と同じ意見 $I_j(t)$ には影響されないという影響が入っている。

マスメディアにおける発信や社会のフレームワークを形成する発信者（行政、公的機関など）の情報はスマートフォンなどを介しパーソナルに伝播し、社会生活をする私たちの中で認識が広まる。認識された情報に対して、人々の意見が左右される現象は、社会における一般的なオピニオンダイナミクスとしても重要である。本論文の理論ではそうしたメディアの影響はヒット現象の数理モデル^{25, 26)} にならって採り入れた^{23, 24)}。 $A(t)$ を時刻 t におけるメディアからの情報とし、これが人ごとに受け取り方が異なる可能性を考慮して係数 c_i を付加する。つまり係数 c_i は各エージェントごとにメディアの受け取り方が異なる効果を含めている。もし係数 c_i が正ならばエージェント i はメディア情報の影響を受けて意見を変更し、逆に係数 c_i が負ならば、エージェント i はメディアからの情報に反発して意見を変更することを意味する。

最終的に、本論文で計算に用いるのは以下の方程式である。

$$\Delta I_i(t) = c_i A(t) \Delta t + \sum_{j=1}^N D_{ij} \Phi(I_i(t), I_j(t)) (I_j(t) - I_i(t)) \Delta t \quad (5)$$

ここで D_{ij} と D_{ji} は独立で、通常、 D_{ij} は非対称行列であり、 $D_{ij} \neq D_{ji}$ である。以下ではこの式を用いて数値計算を行う。

もし、長時間の推移を考えるなら、意見を問題にしている事柄そのものが古くなって人々の関心が薄れていく効果もあるので、その関心の減衰を指数関数で表すと次のようになる。

$$\Delta I_i(t) = -\alpha I_i(t) \Delta t + c_i A(t) \Delta t$$

$$+ \sum_{j=1}^N D_{ij} \Phi(I_i(t), I_j(t)) (I_j(t) - I_i(t)) \Delta t \quad (6)$$

3 計算

以下にこの新しいオピニオンダイナミクス理論による計算例を示す。計算例は2人の場合、3人の場合、そして多人数の計算例として300人の場合の計算例を示す

3.1 2人の場合

まず、二人の場合で計算をしてみよう。二人がお互いに信頼し合っている場合、式(5)で計算すると、両者の意見の中間に収束するように二人の意見が推移していくことが計算結果 (Fig.1) からわかる。これはお互いに信頼している友人同士の意見交換と考えると自然な結果となった。

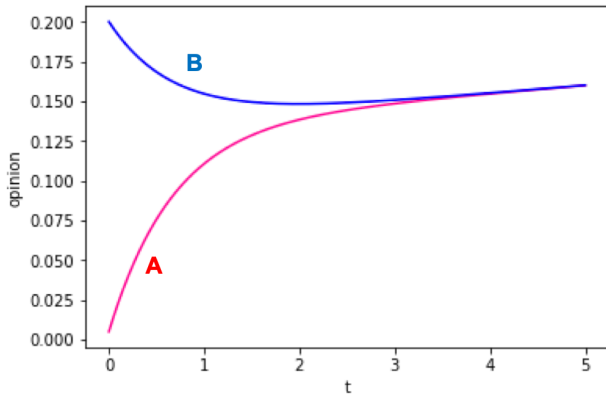


Fig. 1: $N=2$ の場合の計算。 $Adv=0.5$, $D_{AB}=1.0$, $D_{BA}=0.5$. 初期値は $I_A(0)=0.005$, $I_B(0)=0.2$.

次に二人で、お互いに不信感を抱いて反発している場合を考えよう。この場合は Fig.2 に示すように、お互いに反発するけれど、ある程度意見が離れてしまったら、お互いを無視する形で影響を受けなくなっていることが示された。

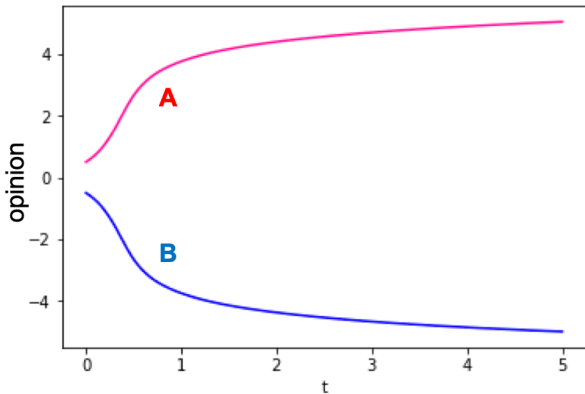


Fig. 2: $N=2$ の場合の計算。 $Adv=0.5$, $D_{AB}=-2.0$, $D_{BA}=-2.0$. 初期値は $I_A(0)=0.005$, $I_B(0)=0.2$

前述における要素に関しては、石井-川畑の論文²³⁾から大きく改善された点である。

3.2 3人の場合

次に3人の場合を考えよう。ここでは3人はA,B,Cの3エージェントで、AとBはお互いに不信感を抱いていて反発しているが、AもBもエージェントCには大きな信頼を持っているとする。つまり、Cは反発対立しているAとBの仲介者の役割になる。計算した結果が Fig.3, 4 である。AとBのCに対する信頼(係数 D_{AC} 、 D_{BC} の値)が大きく正となると、対立していたAとBがCの意見に収束していく様子がわかる。これは仲介者が対立している両者から絶大な信頼を寄せられていると仲介が上手く行くという、日常生活でも経験するような事に対応していることが推察される。

また、この計算からは、仲介者に寄せられる信頼がそこそこあるものの、圧倒的に強い値ではない場合、Fig.3 のように、対立している両者は歩み寄っているものの、その仲介の成果が成就するにはかなりの時間がかかるということも見て解釈が可能である。

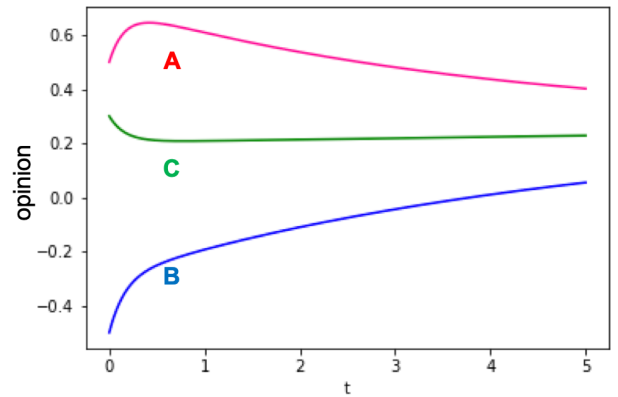


Fig. 3: 3人の場合の計算。 $Adv=0.005$, $b=5.$, $\beta=1.0$, $D_{AB}=-2.0$, $D_{AC}=4.2$, $D_{BA}=-2.0$, $D_{BC}=4.2$, $D_{CA}=1.0$, $D_{CB}=1.0$. 初期値は $I_A(0)=0.5$, $I_B(0)=-0.5$, $I_C(0)=0.2$.

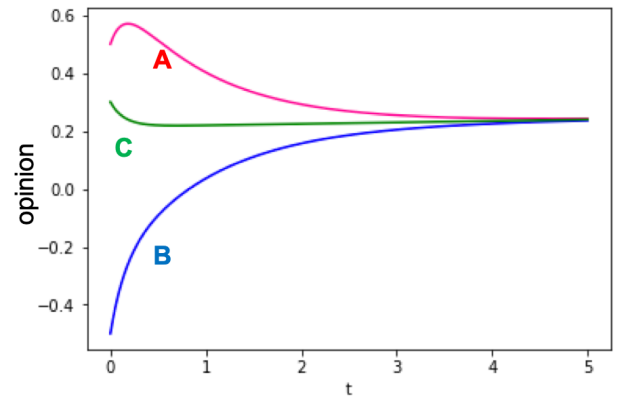


Fig. 4: 3人の場合の計算。 $Adv=0.005$, $b=5.$, $\beta=1.0$, $D_{AB}=-2.0$, $D_{AC}=5.0$, $D_{BA}=-2.0$, $D_{BC}=5.0$, $D_{CA}=1.0$, $D_{CB}=1.0$. 初期値は $I_A(0)=0.5$, $I_B(0)=-0.5$, $I_C(0)=0.2$.

前述のような事由を、実際に起きた事例に置き換えて解釈すると、例えば幕末の日本史で、Aを薩摩藩、Bを長州藩、Cを坂本龍馬と考えると、薩長同盟を仲介

した坂本龍馬に両藩から寄せられた信頼の大きさが理解できるケースである（実際の日本史研究では坂本龍馬の果たした役割には諸説あるが、ここでは単純な通説に従った）。また、現代史で言えば、人種差別政策撤廃後の南アフリカ共和国大統領のネルソン・マンデラ氏の役割がCに似ていると推察する。ネルソン・マンデラは人種差別政策撤廃後に黒人優位の政策を採らず、黒人も白人も平等にという宥和政策に徹して、南アフリカ共和国をうまくひとつにまとめた実績がある。

3.3 300 人の場合

次に、人数を増やして300人とした場合の計算を示そう。300という数字にあまり意味は無く、ともかく多数ということである。計算にあたって、係数 D_{ij} は全て、 $-1 \sim 1$ の乱数で決めている。結果は Fig.5 に一例を示す。左図が時間経過による300人の意見の軌跡で、青線は任意抽出の一人の軌跡をわかりやすくするために色を変えてある。右図は計算の最終の時点でのこのシミュレーション計算から算出した意見の分布である。300人という多数で計算したのは、この意見の分布の計算をするためである。

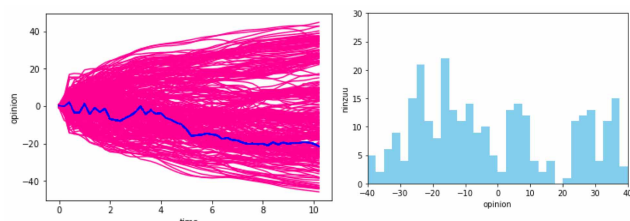


Fig. 5: 300 人の場合の計算。係数 D_{ij} は全て $-1 \sim 1$ の乱数で決めている。左図が時間経過による300人の意見の軌跡で、青線は任意抽出の一人の軌跡。右図は計算の最終の時点での意見の分布。

この計算からわかるのは、式(5)で求められた分布はある時間から先は有限の範囲内に留まるということである。また、青線で描いた任意抽出の1人の軌跡を見ると、他の人の意見に影響を受けて、揺らいでいることがわかる。しかし、揺らぎの範囲はそれほど大きなものではない。

3.4 カリスマ的存在がいた場合

次に、多くの人から強い信頼感を持たれているカリスマ的な人物が1人いる場合を考えよう。計算にあたって、係数 D_{ij} でカリスマ的な人物に対して残り299人からは高い信頼を寄せられているとする。Fig.6の例なら5.0の値である。他の全ての係数 D_{ij} は、 $-1 \sim 1$ の範囲の乱数で決めている。計算結果の一例を Fig.6 に示す。左図が時間経過による300人の意見の軌跡で、青線はカリスマの人の軌跡である。カリスマの人も他の人の意見への対応は、同じく $-1 \sim 1$ の範囲の乱数で決めている。右図は計算の最終の時点でのこのシミュレーション計算から算出した意見の分布である。計算結果を見ると、カリスマの人物の意見に近い意見の人の分布は大きいことがわかる。

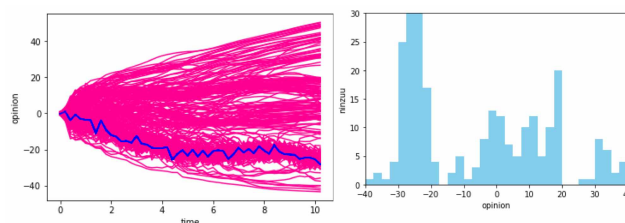


Fig. 6: 300 人の場合の計算。係数 D_{ij} は299人からカリスマの一人に対しての信頼度は5.0で、それ以外の係数は全て $-1 \sim 1$ の乱数で決めている。左図が時間経過による300人の意見の軌跡で、青線はカリスマの人の軌跡。右図は計算の最終の時点での意見の分布。

4 考察

2人と3人の計算の結果は、もっともらしい計算結果と思われる。同じ意見の場合は2人の意見の中間に収束し、異なる意見の場合はある程度意見が離れた時点でお互いに無視をして影響を受けなくなる。また、仲介者が3人目として存在する場合は、その人がどれだけ強い信頼を両者から寄せられているかがポイントで、非常に強い信頼を寄せられている場合は3人の意見が収束するという計算結果が得られた。

また、300人で計算すると、意見分布はいくつかのクラスターに分かれる傾向があるように思える。これがこの理論だと必然的に分かれるのかどうかはまだ未解明であるが、少なくともクラスターを形成しやすいことはわかる。

カリスマ的に他の全員から強い信頼を寄せられる存在の人がいた場合、意見分布はその人の意見のあたりに集まるが、それでもそれは全員では無く一部であり、よほど強いカリスマ性でも本理論の予測では一部の人々しか集まらないように思われる。

この理論は人々の反発も含めているところから、社会の分裂などもシミュレーションできる。Fig.7に示したのは社会の全員が信頼関係で結ばれている場合の概念図で、このような場合は、合意に要する時間がどれくらいになるかは別として、社会全体での合意形成は容易であろう。

Consensus formation

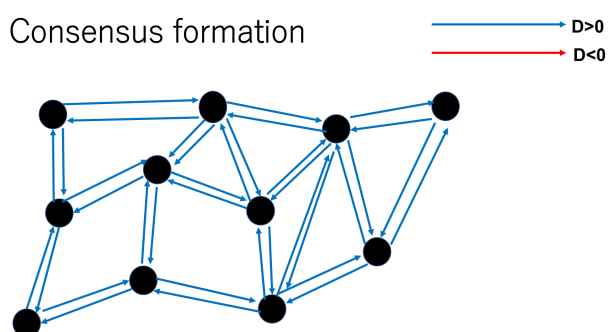


Fig. 7: 社会の全員が信頼関係で結ばれた場合

一方で、Fig.8に示したように社会全体が2つの集団に分かれ、それぞれの集団内は信頼関係で結ばれているが、集団間には不信感を抱いている場合、あきらかに社会は分裂してしまう。このような場合も、本論文の理論は計算できる。また、両集団から強く信頼されて

いるカリスマ的な人がいる場合、分裂が回避出来るかどうか、あるいはそれぞれの集団から強く信頼されている人がそれぞれいて、その集団を率いている2人が、実は強い信頼関係で結ばれている場合、分裂は回避できるかなど、様々なケースが本理論で計算できるであろうことがわかる。

Fig.9 に示したように、社会の中で孤立してしまう人のケースも計算できるので、孤立を回避するにはどうするのが早道であるのかも、計算で示すことが出来るであろう。

Social break

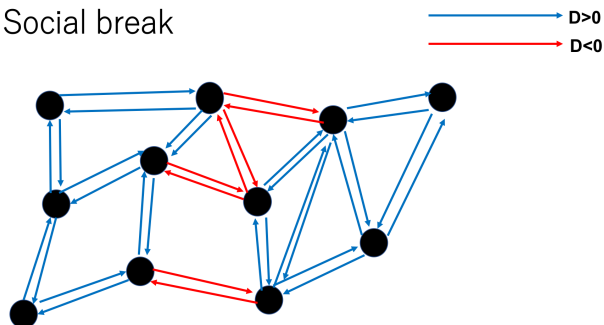


Fig. 8: 社会の分裂

Social isolation

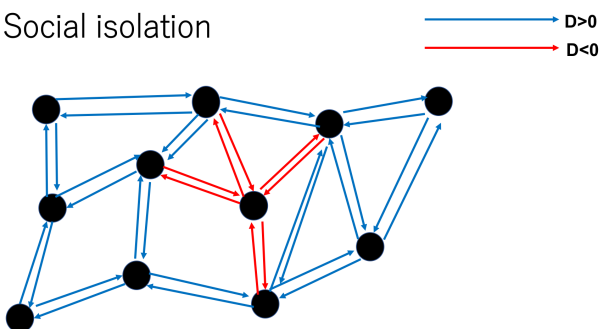


Fig. 9: 少数派の孤立

また、カリスマ的に他の全員から強い信頼を寄せられる存在の人を様々な OSN における情報の拡散者 (マスメディアなど) と場合と考える。ケースとしては、社会公共性が求められる情報の拡散の流れを考案する手法・誰・どのメディアに拡散することに応用ができる。人々の生活を支える精神的基盤はマスメディアで発信されるものから、パーソナルに受け取り、享楽できるものまで多数ある。また、個人個人の危機的管理に関するリスクマネジメントに関する情報の発信なども J アラートなどデバイス単位で実装がなされ出している。このように、どう設定し、どんな局面を想定して計算するかで、本理論はさまざまに応用できると思われる。OSN における集団の合意形成に関する傾向を定量的に理解することによって、場所と時間・距離を超えた社会と公共の場を支えることに寄与できればと考える。今後さらに通信技術が発展し、情報化社会になりつつある世界である。次世代にも我々の意識・無意識に生み出されるオンライン上での合意形成が影響を及ぼすことを懸念する必要がある。依然として、国際的な法整備がなされていない OSN 上であるからこそ、オンライン上における情報発信・受信に関するメディアリテラ

シーの理解の向上などが望まれる。それは、数週間または数ヶ月ではなく、長年にわたって変化が望まれる。

5 結論

Bounded Confidence Model を拡張する形で、社会の人々への間の信頼関係と不信関係を同時に考慮し、さらにメディア効果も含めた新しいオピニオンダイナミクス理論を提案した。3 人の計算では仲介者が反発する両者から強い信頼を寄せられていると仲介が成功することが計算から示された。300 人で計算すると、意見の分布はクラスターごとに分かれる傾向が見出された。また、全員から強い信頼を寄せられる人がいると、その人の意見に近い人が多くなる傾向があることがわかった。

謝辞

本研究には、パリにおいてパリ大学パリ政治学院の Serge Galam 教授と行われた議論が大きく貢献しているので、Galam 教授に深く感謝します。また、本研究の計算面で助けてくれた鳥取大の堀尾優輝君に感謝します。

参考文献

- 1) Miguel, Juan Carlos, and Miguel Ángel Casado. "GAFAnomy (Google, Amazon, Facebook and Apple): The big four and the b-ecosystem." Dynamics of Big Internet Industry Groups and Future Trends. Springer, Cham, 2016. 127/148.
- 2) Shadbolt, Nigel, and Tim Berners-Lee. "Web science emerges." Scientific American 299.4 (2008) 76/81.
- 3) France yellow vest protests i https://www.bbc.co.uk/news/topics/cpzg2d6re0lt/france-yellow-vest-protests_i (Ref:2018/11/27)
- 4) French J R P (1956) A formal theory of social power., Psychological Review 63. pp. 181/194.
- 5) Harary F (1959) "A criterion for unanimity in French 's theory of social power ". In Cartwright D (Ed.), Studies in Social Power. Institute for Social Research, Ann Arbor.
- 6) Abelson, R P (1964), "Mathematical models of the distribution of attitudes under controversy". In Frederiksen, N and Gulliksen H (Eds.), Contributions to Mathematical Psychology, New York, NY: Holt, Rinehart, and Winston.
- 7) De Groot M H (1974) Reaching a consensus. J. Amer.Statist. Assoc. 69. pp. 118/121.
- 8) Lehrer K (1975) Social consensus and rational agnology. Synthese 31. pp. 141/160.
- 9) Chatterjee S (1975) Reaching a consensus: Some limit theorems. Proc. Int. Statist. Inst. pp.159/164.
- 10) 谷本志志、喜多秀行、三ッ国 篤志「合意形成の場における雰囲気形成とその下での住民の発言行動に関するゲーム論的考察」土木計画学研究・論文集 Vol.18no.1 2001 年 9 月, 89/95
- 11) Sirbu A., Loreto V., Servedio V.D.P., Tria F. (2017) Opinion Dynamics: Models, Extensions and External Effects. In: Loreto V. et al. (eds) Participatory Sensing, Opinions and Collective Awareness. Understanding Complex Systems. Springer, Cham, 42 pages
- 12) Claudio Castellano, Santo Fortunato and Vittorio Loreto, "Statistical physics of social dynamics", Reviews of Modern Physics 81 (2009) 591/646
- 13) Galam, "Rational group decision making: A random field Ising model at T=02, Physica A 238, 66/80 (1997)

- 14) Sznajd-Weron and J. Sznajd, "Opinion Evolution in Closed Community", *Int. J. Mod. Phys. C* 11,1157/1165 (2000)
- 15) Sznajd-Weron, M. Tabiszewski, and A. M. Timpanaro, "Phase transition in the Sznajd model with independence", *Europhys. Lett.* 96, 48002 (2011)
- 16) Galam S, "Application of statistical physics to politics" *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 274, 1999, Pages 132/139
- 17) Galam S, "Real space renormalization group and totalitarian paradox of majority rule voting" *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 285, Issues 1-2, 15 September 2000, Pages 66/76
- 18) Galam S, "Are referendums a mechanism to turn our prejudices into rational choices? An unfortunate answer from sociophysics" Chapter 19 of *The Routledge Handbook to Referendums and Direct Democracy* edited by Laurence Morel and Matt Qvortrup, (Taylor & Francis, London, 2017)
- 19) Galam, S, "The Trump phenomenon: An explanation from sociophysics", *Int. J.Mod. Phys.B*31 (2017) 1742015
- 20) Hegselmann R and U Krause, "Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis, and Simulation" *Journal of Artificial Society and Social Simulation* 5 (2002)
- 21) Guillaume Deffuant, David Neau, Frédéric. Amblard, and Gérard Weisbuch. *Mixing Beliefs among Interacting Agents. Advances in Complex Systems*, 3 87/98 (2000)
- 22) Gérard Weisbuch, Guillaume Deffuant, Frédéric Amblard, and Jean-Pierre Nadal. Meet, Discuss and Segregate! *Complexity*, 7(3) 55/63 (2002)
- 23) A Ishii and Y Kawahata, "Opinion Dynamics Theory for Analysis of Consensus Formation and Division of Opinion on the Internet", *Proceedings of The 22nd Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems (IES2018)*, 71-76; arXiv:1812.11845 [physics.soc-ph]
- 24) A. Ishii, "Opinion dynamics theory considering trust and suspicion in human relations" *Proceeding of 19th International Conference on Group Decision and Negotiation in 2019 a Joint GDN-EWG/BOR meeting*, in press
- 25) Ishii A, Arakaki H, Matsuda N, Umemura S, Urushidani T, Yamagata N and Yoshida N, "The 'hit' phenomenon: a mathematical model of human dynamics interactions as a stochastic process", *New Journal of Physics* 14 (2012) 063018
- 26) A Ishii and Y Kawahata, "Sociophysics Analysis of the dynamics of peoples' interests in society" *Frontiers in Physics*, 08 October 2018 — <https://doi.org/10.3389/fphy.2018.00089>