マクロ経済学における規模の収穫一致の拡張

○石川温　藤本祥二（金沢学院大学）　水野貴之（国立情報学研究所）

Extended constant returns to scale in macroeconomics

*A. Ishikawa S. Fujimoto (Kanazawa Gakuin University)
and T. Mizuno (National Institute of Informatics,
The Graduate University for Advanced Studies [SOKENDAI])

概要– 本研究では、マクロ経済学において頻繁に用いられる Cobb-Douglas 型生産関数を投入量と産出量のデータ空間の反転対称平面と残差だと解釈することにより、従来の規模に関する収穫一致、収穫逓増、および収穫逓減を統合するものとして、ベキ指数により規格化された投入量と産出量に関する収穫一致を導出した。そして、その成立を 2005 年から 2014 年における日本、イタリア、ドイツ、イギリス、スペインの 5 カ国において、数値的に確認した。

キーワード: マクロ経済学、Cobb-Douglas 型生産関数、ベキ分布、反転対称性、収穫一致、収穫逓増、収穫逓減

1　はじめに

企業とは、生産要素と呼ばれる資本や労働力などを用いて生産を行う経済主体である。この企業の生産活動は、生産要素 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ を入力して総生産量 (Y) を出力する関数としてモデル化することができる：

$$Y = F(x_1, x_2, \cdots, x_n)\ 。 \tag{1}$$

経済学ではこれを生産関数と呼び、単純化したモデルとして、生産要素が資本 (K) と労働 (L) である 2 変数の生産関数を考えることが多い。その代表的なものに、Cobb-Douglas 型生産関数 [1)]：

$$Y(K, L) = AK^{\alpha}L^{\beta} \tag{2}$$

がある。ここで A は全要素生産性と呼ばれ、労働や資本では測れない企業の技術力だと解釈される。また、α および β はそれぞれ資本分配率（資本弾力性）および労働分配率（労働弾力性）と呼ばれる。この関数形を拡張したのが CES（Constant Elasticity of Substitution）型生産関数 [2, 3)]：

$$Y(K, L) = A\left\{\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right\}^{-1/\rho} \tag{3}$$

であり、δ および ρ はそれぞれ分配パラメータおよび代替パラメータと呼ばれ、$\rho \to 0$ の極限で Cobb-Douglas 型生産関数 (2) に一致する。また、Cobb-Douglas 型生産関数を明示的に含む拡張型として、トランスログ型生産関数 [4)]：

$$\begin{aligned} \log Y(K, L) \ &= \ \log A + \alpha \log K + \beta \log L \\ &\quad + \gamma_1 \log^2 K + \gamma_2 \log^2 L \\ &\quad + \gamma_3 \log K \log L \end{aligned} \tag{4}$$

が考えられている。

生産関数により測定される全要素生産性は、1950 年代後半より世界各国の産業に対して適用されている生産性の指標であり、生産関数に関する多くの理論的研究および実証的研究が存在する。しかし、生産関数が Cobb-Douglas 型 (2) などの関数形を取る解析的な理由に関する議論は、数少ない。Houthakker[5)] による、Cobb-Douglas 型生産関数とその変数が従うベキ分布の類似性に着目した議論は興味深いが、残念ながら、後に述べる規模に関する収穫一致が満たされていない。

我々は以前の研究で、Houthakker の研究と同様に、Cobb-Douglas 型生産関数 (2) が変数 (K, L, Y) のベキ関数になっていることに注目し、Cobb-Douglas 型生産関数は変数 (K, L, Y) の 3 次元空間における準反転対称平面および、そこからの残差として解釈できることを述べた [6, 7, 8)]。ここで準反転対称性とは、変数の入れ換え：$Y \leftrightarrow aK^{\alpha}L^{\beta}$ のもとでの同時確率密度関数 $P_{KLY}(K, L, Y)$ が持つ対称性であり、3 変数 (K, L, Y) のベキ分布と深く関係している。本論ではその議論を進め、Cobb-Douglas 型生産関数の資本分配率 (α) と労働分配率 (β)、そして 3 変数 (K, L, Y) が従うベキ分布の指数 (μ_K, μ_L, μ_Y) に単純な関係（規格化された規模の収穫一致と呼ぶ）があることを述べる。

本論の構成は以下のとおりである。2 節では、我々が分析に用いるデータについて述べる。3 節では、我々の以前の研究を簡単にレビューする。4 節では、規格化された規模の収穫一致を導出する。5 節では、4 節で導出した結果をデータで確認する。最後に 6 節で、本論をまとめ今後の展望を述べる。

2　分析データ

本研究報告で用いるデータベースは、Bureau van Dijk 社 [9)] が提供している ORBIS の 2016 年版である。これは、Bureau van Dijk 社がアジア、南北アメリカ、ヨーロッパ、中東、アフリカなど全世界 120 社以上の現地信用調査会社や情報ベンダーと提携して収集した、世界各国の上場・非上場企業およそ 2 億社からなる世界最大規模の企業財務データベースである。その特徴は膨大なデータ量だけではなく、それらが標準化されたフォーマットで統一されており、国際比較が可能なことにある。そこには、日本（JP）企業のべ $1,831,481$ 社、イタリア（IT）企業のべ $3,458,922$ 社、フランス（FR）企業のべ $1,953,140$ 社、ドイツ（DE）企業のべ $1,204,584$ 社、イギリス（GB）企業のべ $5,070,698$ 社、そしてスペイン（ES）企業のべ $1,604,553$ 社の企業財

務データが含まれている。本研究では、統計的分析に十分なデータ数があるこれらの国の企業を分析対象とする。アメリカ企業のデータ数も十分であるが、データ収集の方法に起因すると考えられる不自然な偏りが観られたため、本分析の対象とはしない。日本には、活動状態にある企業が 100 万から 200 万社あると言われている [10] ことより、本稿で分析対象とするのは、非常に網羅性の高いデータである。これは、日本以外の国でも同様だと考えられる。

3 先行研究

企業の売上 (Y)、資産 (K)、従業員数 (L) などの変数が、大規模域でベキ分布に従うことはよく知られている [11, 12, 13]：

$$P_K(K) \propto K^{-\mu_K-1} \ , \tag{5}$$
$$P_L(L) \propto L^{-\mu_L-1} \ , \tag{6}$$
$$P_Y(Y) \propto Y^{-\mu_Y-1} \ 。 \tag{7}$$

ここで、P は確率密度関数であり、ベキ指数 μ はパレート指数とも呼ばれる。藤原氏らは、ある年の変数 (x_1) と翌年の変数 (x_2) の間に観測される反転対称性：

$$P_{12}(x_1, x_2) = P_{12}(x_2, x_1) \tag{8}$$

と、初年度の規模 (x_1) で条件付けされた成長率分布 $Q(R|x_1)$ が初年度の変数に依存しないというジブラ則 [14, 15]：

$$Q(R|x_1) = Q(R) \tag{9}$$

から、これらのベキ分布 (5)–(7) が導けることを示した [16, 17]。ここで、P_{12} は同時確率密度関数であり、$R = x_2/x_1$ は成長率である。反転対称性は、$x_1 \leftrightarrow x_2$ の変数の入れ替えの下で (8) 式の両辺で確率密度関数 P_{12} が同じ形をしていることが重要であり、ベキ指数が変化しない場合に藤原氏らの導出は有効である。

我々はその議論を拡張し、$ax_1^{\theta} \leftrightarrow x_2$ の変数の入れ替えの下で対称となる準反転対称性：

$$\begin{aligned} &P_{12}(x_1, x_2)dx_1dx_2 \\ &= P_{12}\left((\frac{x_2}{a})^{\frac{1}{\theta}}, ax_1^{\theta}\right) d\left((\frac{x_2}{a})^{\frac{1}{\theta}}\right) d\left(ax_1^{\theta}\right) \end{aligned} \tag{10}$$

と、$R = x_2/ax_1^{\theta}$ と拡張した成長率を考えることにより、準反転対称性 (10) とジブラ則から、ベキ指数が準静的に変化する場合もベキ分布が導けることを示した。ここで、a と θ は準反転対称性のパラメータであり、変数 (x_1, x_2) のベキ指数 (μ_1, μ_2) と次式の関係がある：

$$\theta = \frac{\mu_1}{\mu_2} \ 。 \tag{11}$$

最初、我々はこの関係式を日本の土地価格に観られるベキ分布の時間的変化により確認したが [18, 19]、後に、ベキ指数が異なる企業の資産、従業員数、売上 (K, L, Y) のベキ指数においても同様に確認できることを示した [6, 7, 8]。後者の場合、$(x_1, x_2) = (K, L), (K, Y), (L, Y)$ のように考える。

さらに我々は、準反転対称性と成長率を 3 変数 (K, L, Y) に拡張し、$aK^{\alpha}L^{\beta} \leftrightarrow Y$ の変数の入れ替えの下で対称となる準反転対称性：

$$\begin{aligned} &P_{KLY}(K, L, Y)dKdLdY \\ &= P_{KLY}\left((\frac{Y}{aL^{\beta}})^{\frac{1}{\alpha}}, (\frac{Y}{aK^{\beta}})^{\frac{1}{\beta}}, aK^{\alpha}L^{\beta}\right) \\ &\quad d\left((\frac{Y}{aL^{\beta}})^{\frac{1}{\alpha}}\right) d\left((\frac{Y}{aK^{\alpha}})^{\frac{1}{\beta}}\right) d\left(aK^{\alpha}L^{\beta}\right) \end{aligned} \tag{12}$$

と、$R = Y/aK^{\alpha}L^{\beta}$ と拡張した成長率を考えることにより、準反転対称性 (12) と 3 変数のジブラ則：

$$Q(R|K, L) = Q(R) \tag{13}$$

から、2 変数の場合と同様にベキ分布が導けることを示した。ここで重要なのは、3 変数の成長率の定義より、全要素生産性 A を反転対称平面：

$$\log Y = \alpha \log K + \beta \log L + \log a \tag{14}$$

からの残差 aR だとみなせば、Cobb-Douglas 型生産関数が 3 変数の間の準反転対称性だと解釈できることである。その導出の過程で、先行研究において我々は以下のような議論を行った [8]。

3 変数の準反転対称性 (12) は、3 変数 (K, L, R) で書き換えると、

$$\begin{aligned} &P_{KLR}(K, L, R)dKdLdR \\ &= P_{KLR}\left(R^{\frac{1}{\alpha}}K, R^{\frac{1}{\beta}}L, R^{-1}\right) \\ &\quad d\left(R^{\frac{1}{\alpha}}K\right) d\left(R^{\frac{1}{\beta}}L\right) d\left(R^{-1}\right) \end{aligned} \tag{15}$$

となり、これは

$$\begin{aligned} &P_{KLR}(K, L, R) \\ &= R^{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}-2} P_{KLR}\left(R^{\frac{1}{\alpha}}K, R^{\frac{1}{\beta}}L, R^{-1}\right) \end{aligned} \tag{16}$$

と表せる。条件付き確率密度関数の定義：$Q(R|K, L) = P_{KLR}(K, L, R)/P_{KL}(K, L)$ より、この式は

$$\begin{aligned} &\frac{P_{KL}(K, L)}{P_{KL}\left(R^{\frac{1}{\alpha}}K, R^{\frac{1}{\beta}}L\right)} \\ &= R^{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}-2} \frac{Q(R^{-1}|R^{\frac{1}{\alpha}}K, R^{\frac{1}{\beta}}L)}{Q(R|K, L)} \\ &= R^{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}-2} \frac{Q(R^{-1})}{Q(R)} \end{aligned} \tag{17}$$

と変形できる。第 2 式から第 3 式への変形では、ジブラ則 (13) を用いている。第 3 式は R のみの関数なので $G(R)$ と表すと、(17) 式は次式のように書ける：

$$P_{KL}(K, L) = G(R) P_{KL}\left(R^{\frac{1}{\alpha}}K, R^{\frac{1}{\beta}}L\right) 。 \tag{18}$$

(18) 式の右辺を $R = 1 + \epsilon \ \ (0 < \epsilon \ll 1)$ として展開すると、ϵ のゼロ次は自明な式となり、ϵ の 1 次より次の微分方程式が得られる：

$$\left[G'(1) + \frac{K}{\alpha}\frac{\partial}{\partial K} + \frac{L}{\beta}\frac{\partial}{\partial L}\right] P_{KL}(K, L) = 0 \ 。 \tag{19}$$

ここで、$G'(\cdot)$ は、$G(\cdot)$ の R による微分を表している。また、ϵ の 2 次以上よりは有益な情報は得られない。

2 変数の場合に明らかにしたように、(K, L) には強い相関があり独立変数ではない。そのため、このままでは微分方程式 (19) を解くことが出来ないので、先の研究 [8] では変数 (K, L) を下記により規格化した変数 (k, l) に変換し：

$$\log k = \frac{\log K - m_K}{\sigma_K} \ , \quad \log l = \frac{\log L - m_L}{\sigma_L} \ , \quad (20)$$

それを下記のように $-\pi/4$ 回転して、直行する独立変数 (Z_1, Z_2) を得た：

$$\log Z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\log k + \log l) \ , \quad (21)$$

$$\log Z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\log k + \log l) \ 。 \quad (22)$$

上式で、(m_K, m_L), (σ_K, σ_L) は変数 (K, L) のベキ域での $(\log K, \log L)$ の平均および標準偏差である。(20) 式では、$(\log K, \log L)$ よりそれぞれの平均 (m_K, m_L) を引いて原点をずらし、それを (σ_K, σ_L) で割ることにより分布の幅を規格化している。先の研究 [8] では、この操作により直行する独立変数 (Z_1, Z_2) が得られることを数値的に示した後、微分方程式 (19) を独立変数 (Z_1, Z_2) で書き換え、変数 (Z_1, Z_2) がベキ分布に従うことを解析的に示し、それを数値的に確認した。

4 Cobb-Douglas 型生産関数の分配率とベキ指数の関係の導出

前節では、変数 (K, L) がベキ分布に従う大規模域において、分布の幅を表す指標である対数標準偏差で割ることにより、変数の規格化行った。一方、指数 μ のベキ分布に従う変数の分布の幅は、対数スケールでは $1/\mu$ としても与えられる。従って、(20) 式において $(\log K, \log L)$ を分布の幅 (σ_K, σ_L) で割る規格化は、$(1/\mu_K, 1/\mu_L)$ で割るすなわち (μ_K, μ_L) をかける操作：

$$\log k = \mu_K (\log K - m_K) \ , \quad (23)$$

$$\log l = \mu_L (\log L - m_L) \quad (24)$$

と同等であり、後者の方が計算量は少なくシンプルである。規格化により、K と L の分布の幅が等しくなることより、2 変数の反転対称線 : $\log L = \theta \log K + \log a$（ここでは、$x_1 = K, x_2 = L$）が傾き『1』の反転対称線 : $\log l = \log k + \log a'$ に変換されるが、これは反転対称線の傾き θ とベキ指数 μ の関係が

$$\frac{1}{\mu_L} = \frac{\theta}{\mu_K} \quad (25)$$

で与えられるとしている (11) 式と整合している。

この考え方を 3 変数 (K, L, Y) に拡張すると、規格化により 3 変数の反転対称平面 (14) の資本および労働分配率 α および β とベキ指数 (μ_K, μ_L, μ_Y) には次の関係が成立する：

$$1 = \alpha \frac{\mu_Y}{\mu_K} + \beta \frac{\mu_Y}{\mu_L} \ 。 \quad (26)$$

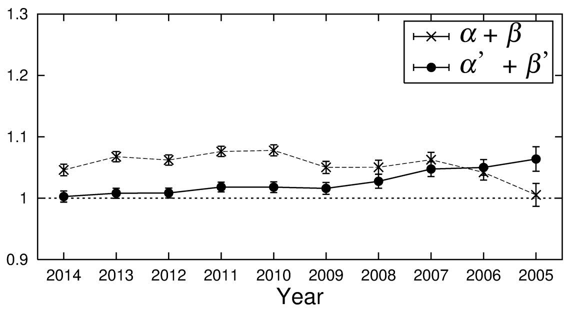

Fig. 1: 2014 年から 2005 年における日本企業の $\alpha + \beta$ および $\alpha' + \beta'$ の推移。点線は 1 を示す。

これは、Cobb-Douglas 型生産関数における規模に関する収穫一致：

$$1 = \alpha + \beta \ 。 \quad (27)$$

を拡張した形になっている。経済学では、生産関数の変数（いまの場合 (K, L)）を λ 倍したとき生産量 (Y) も λ 倍になるとき生産関数が規模に関して収穫一致 (27)、λ 倍より大きくなれば $(\alpha + \beta > 1)$ 収穫逓増（ていぞう）、λ 倍より小さくなれば $(\alpha + \beta < 1)$ 収穫逓減（ていげん）と呼んでいる。経済学的議論では、多くの場合、生産関数における規模に関する収穫一致 (27) を仮定しているが、実際、様々な実データを分析すると多くの場合に近似的に (27) 式が観測される（例えば、最近の我々の研究 [20]）。

5 ベキ指数により規格化された規模の収穫一致の確認

我々は、日本（JP）、イタリア（IT）、フランス（FR）、ドイツ（DE）、イギリス（GB）、およびスペイン（ES）の各年において、総資産と従業員数 (K, L) のベキ域において最小二乗法により資本分配率と労働分配率 (α, β) を測定した。同時に、ベキ指数によって規格化した資本分配率と労働分配率 (α', β') を次式のように定義して：

$$\alpha' = \alpha \ \frac{\mu_Y}{\mu_K} \ , \quad \beta' = \beta \ \frac{\mu_Y}{\mu_L} \ , \quad (28)$$

$\alpha + \beta$ および $\alpha' + \beta'$ を観測した。それらを 2014 年から 2005 年について比較してグラフ化したのが、Fig. 1–6 である。これらの図より、フランス以外の国では、資本の分配率と労働の分配率の和 $\alpha + \beta$ より、規格化された資本の分配率と労働の分配率の和 $\alpha' + \beta'$ の方が『1』に近い値を取ることが確認できる。

6 むすび

本稿では、マクロ経済学において頻繁に用いられる Cobb-Douglas 型生産関数 $(Y = AK^{\alpha}L^{\beta})$ の規模に関する収穫一致 $(\alpha + \beta = 1)$ について考察した。我々は、Cobb-Douglas 型生産関数を投入量 (K, L) と産出量 (Y) のデータ空間の反転対称平面 $(\log Y = \alpha \log K + \beta \log L + \log a)$ と残差 $(A = aR)$ だと解釈することにより、投入量（資本 (K) と労働 (L)）と産出量 (Y) が従うベキ関数の指数 (μ_K, μ_L, μ_Y) によって規格化され

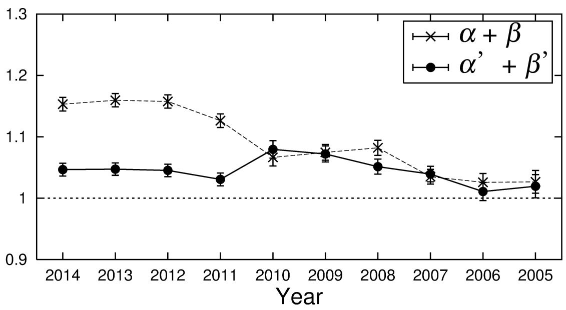

Fig. 2: 2014 年から 2005 年におけるイタリア企業の $\alpha+\beta$ および $\alpha'+\beta'$ の推移。点線は 1 を示す。

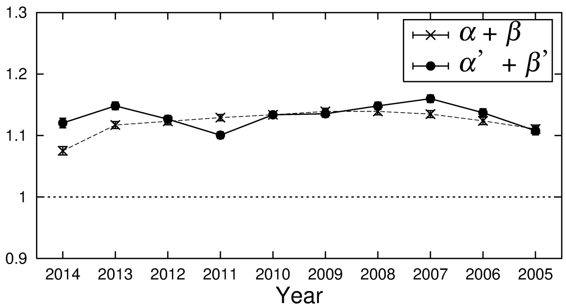

Fig. 3: 2014 年から 2005 年におけるフランス企業の $\alpha+\beta$ および $\alpha'+\beta'$ の推移。点線は 1 を示す。

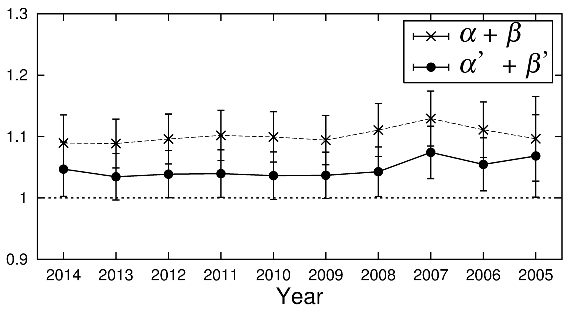

Fig. 4: 2014 年から 2005 年におけるドイツ企業の $\alpha+\beta$ および $\alpha'+\beta'$ の推移。点線は 1 を示す。

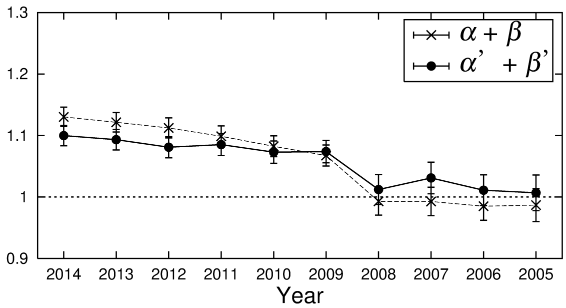

Fig. 5: 2014 年から 2005 年におけるイギリス企業の $\alpha+\beta$ および $\alpha'+\beta'$ の推移。点線は 1 を示す。

た規模に関する収穫一致 ($\alpha\mu_Y/\mu_K + \beta mu_Y/\mu_L = 1$) が自明に成立することを解析的議論により示した。さらに実データを用いて、その規格化された規模に関する収穫一致が 2005 年から 2014 年における日本、イタリア、ドイツ、イギリス、スペインで精度よく観測されることを示した。

我々が主張する、マクロ経済学における変数 (K, L, Y) が張る空間における反転対称平面の性質を用いると、Cobb-Douglas 関数の収穫一致に関して以下の議論が可能となる。これまでの研究で、Cobb-Douglas 型生産関数の規模に関する収穫一致が近似的に観測されてきたが、これは投入量と産出量のベキ指数が近似的に等しいとみなせる ($\mu_K \sim \mu_L \sim \mu_Y$) からだと考えられる。実際、今回の測定でもベキ指数は『1』付近の値を取ることが観測されている。しかし、より詳細に実データの分析結果を観ると、多くの場合、規模に関する収穫逓増 ($\alpha+\beta > 1$) が観測された。これは、産出量のベキ指数が投入量のベキ指数より小さい場合 ($\mu_Y < \mu_K, \mu_Y < \mu_L$) に成立する ($\alpha+\beta > \alpha\mu_Y/\mu_K+\beta\mu_Y/\mu_L = 1$)。つまり、投入量のベキ分布の広がりより産出量のベキ分布の広がりが大きい場合に規模に関する収穫逓増となっており、これは直観的に納得できる結果である。この状態は、ドイツやスペインで観測されている ($\mu_L > \mu_K > \mu_Y$)。それ以外の国では、$\mu_L > \mu_Y > \mu_K$ が観測され、労働の分布の広がりより産出量の分布の広がりは大きいが、資本の分布の広がりより産出量の分布の広がりが小さくなっている。それでも規模に関する収穫逓増が観測されるのは、資本分配率 (α) より労働分配率 (β) の方が大きいからである。

本研究における反転対称平面は、円盤のような形の銀河の質量の大部分が存在する平面である銀河面と似た性質を持っている。銀河面は、3 次元空間において物質が重力相互作用により集まった銀河に観られるオブジェクトであり、近似的に銀河面に対して銀河は対称である。我々は、(K, L, Y) の 3 次元空間において企業の集合体を考えたとき、銀河面と似たオブジェクトが存在し、その性質により K, L, Y のベキ分布が結びつき、それらの指数に関係がつくことを Cobb-Doglas 生産関数と関連付けて議論した。銀河面が物質の重力相互作用により生まれるのにたいして、本研究が論じる反転対称平面は企業の経済的な相互作用により生まれると考えられる。

本稿では、Cobb-Douglas 型生産関数を投入量と産出量のデータ空間の反転対称平面と残差だと解釈することにより、従来の規模に関する収穫一致、収穫逓増、および収穫逓減を含む形として規格化された投入量と産出量に収穫一致を導出し、その成立を数値的に確認した。ただし、この議論は投入量および産出量のベキ域での議論に限られている。一方、経済学の議論では Cobb-Douglas 型生産関数はベキ域に限定されてはいない。今後、Cobb-Douglas 型反転対称性がベキ域を下回る対数正規分布の範囲でも適用可能なのかを議論する予定である。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 17K01277, 17H05123 および科学技術振興機構：さきがけネットワーク「人流ビッグデータによる地球規模の課題解決のための情報学と社会科学の融合基盤構築」の助成を受けています。

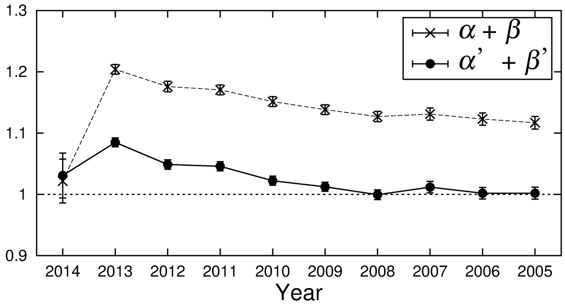

Fig. 6: 2014 年から 2005 年におけるスペイン企業の $\alpha+\beta$ および $\alpha'+\beta'$ の推移。点線は 1 を示す。

参考文献

1) Cobb, C. W. and Douglass, P. H.: *The American Economic Review* **18**, 139/165 (1928)

2) Solow, R. M.: *The Quarterly Journal of Economics* **70**, 65/94 (1956)

3) Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., and Solow, R. M.: *The Review of Economics and Statistics* **43**, 225/250 (1961)

4) Christensen, L. R., Jorgenson, D. W., and Lau, L. J.: *The Review of Economics and Statistics* **55**, 28/45 (1973)

5) Houthakker, H. S.: *The Review of Economic Studies* **23**, 27/31 (1955)

6) Mizuno, T., Ishikawa, A., Fujimoto, S., and Watanabe, T.: *Prog. Theor. Phys. Supple.* **194**, 122/134 (2012)

7) Ishikawa, A., Fujimoto, S., Watanabe, T., and Mizuno, T.: *Physica A* **392**, 2104/2113 (2013)

8) Ishikawa, A., Fujimoto, S., Mizuno, T., and Watanabe, T.: *J. Phys. Soc. Jpn.* **83**, 034802 (2014)

9) Bureau van Dijk, http://www.bvdinfo.com/Home.aspx/

10) 総務省統計局, http://www.stat.go.jp/index.htm/

11) Pareto, V.: *Cours d'Économie Politique* (Macmillan, London, 1897)

12) Newman, M. E. J.: *Contemporary Physics* **46**, 323/351 (2005)

13) Clauset, A., Shalizi, C.R., and Newman, M. E. J.: *SIAM Review* **51**, 661/703 (2009)

14) Gibrat, R.: *Les Inégalités Économiques* (Sirey, Paris, 1932)

15) Sutton, J.: *J. Econ. Lit.* **35**, 40/59 (1997)

16) Fujiwara, Y., Souma, W., Aoyama, H., Kaizoji, T., and Aoki, M.: *Physica A* **321**, 598/604 (2003)

17) Fujiwara, Y., Guilmi, C. D., Aoyama, H., Gallegati, M., and Souma, W.: *Physica A* **335**, 197/216 (2004)

18) Ishikawa, A.: *Physica A* **371**, 525/535 (2006)

19) Ishikawa, A.: *Prog. Theor. Phys. Supple.* **179**, 103/113 (2009)

20) 渡辺努, 水野貴之, 石川温, 藤本祥二: 経済研究 **3**, 193/208 (2011)